ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 23 JANVIER 1905.

PRÉSIDENCE DE M. TROOST.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ARCHÉOLOGIE. — *Nouvelles recherches sur les altérations séculaires des substances hydrocarbonées d'origine organique*, par M. **Berthelot.**

Les expériences exécutées dans nos laboratoires sur les altérations spontanées que les composés hydrocarbonés d'origine organique éprouvent sous l'influence prolongée du temps, spontanément, ou bien avec le concours des agents atmosphériques, ne portent en général que sur des espaces de temps très limités : quelques jours, quelques mois, quelques années au plus ([1]). Il faut un soin tout particulier et des conditions spéciales pour qu'un observateur conserve des échantillons authentiques et bien définis pendant quelques dizaines d'années. Quant aux transmissions d'un expérimentateur à l'autre, elles ne réalisent pour ainsi dire jamais ces conditions favorables, et il arrive plus rarement encore que le nouveau directeur d'un laboratoire consente à poursuivre les études de son prédécesseur : contrairement aux prévisions faites autrefois par Fr. Bacon sur la continuité nécessaire des recherches scientifiques.

Aussi les investigations relatives aux modifications lentes des composés chimiques, et spécialement des substances organiques, ne peuvent guère être réalisées que sur des échantillons provenant soit de plantes connues

---

([1]) Voir mes observations sur l'oxydation spontanée de l'éther hydrique au bout de 17 ans (*Ann. de Chim. et de Phys.*, 7e série, t. XX, p. 42).

dans l'antiquité, soit et surtout de fouilles et travaux archéologiques, spécialement sur ceux conservés dans les musées. Là surtout il est possible d'en établir l'origine et l'authenticité, sans la connaissance desquelles les études de ce genre seraient dépourvues de toute valeur.

C'est dans ces conditions que j'ai eu déjà l'occasion d'opérer à différentes reprises : notamment pour l'étude d'un vin de l'époque gallo-romaine, contenu dans une fiole de verre, scellée à la lampe, tirée d'un tombeau des champs Aliscans (1); de matières grasses renfermées dans un vase antique rencontré près de Reims (2), dans une nécropole gallo-romaine; de blés trouvés à Pompéi (3); de la manne du Sinaï, qui se récolte encore aux mêmes lieux qu'autrefois (4), etc. Les recherches de cette nature sont d'ailleurs intéressantes à un double point de vue : l'un purement chimique, l'autre historique et archéologique.

Voici l'origine et la composition des nouvelles matières que j'ai étudiées pendant l'année 1904.

J'avais appelé l'attention obligeante de M. G. Bénédite sur l'utilité qu'il y aurait à rechercher les matières qui pourraient exister encore dans l'intérieur des fioles et vases analogues, provenant de l'antiquité. L'analyse de ces matières est susceptible de fournir quelques renseignements historiques nouveaux sur les usages funéraires et autres. D'autre part elle nous apprend aussi ce que deviennent certaines matières organiques au cours de longues périodes de conservation; ce qui intéresse à la fois les chimistes et les archéologues.

Le savant conservateur du Musée du Louvre a bien voulu examiner, avec moi, à ce point de vue, différents objets et notamment trois vases provenant de l'ancienne Égypte (1070 *a*, 1070 *b* et 1071 *g*).

Ces vases (*fig.* 1) sont pareils, en forme de fioles hautes et étroites, munies d'une anse, fabriquées en terre cuite rougeâtre à surface polie, sans dessins ni inscriptions. En voici les dimensions :

Hauteur totale, $0^m,28$ à $0^m,26$, non identique pour tous;

---

(1) *Histoire des Sciences : la Chimie au moyen âge*, t. I, p. 380.

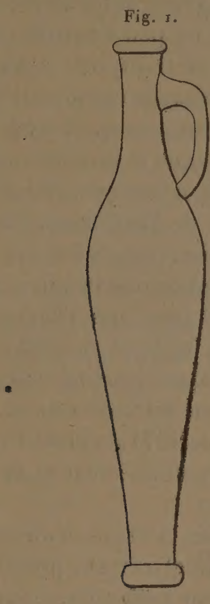
(2) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 7e série, t. XVI, p. 445. — Voir aussi les résidus d'une lampe préhistorique, *même Recueil*, 7e série, t. XXV, p. 77; et quelques observations relatives à l'altération séculaire des huiles siccatives, *même Recueil*, 7e série, t. XXIII, p. 25.

(3) *Journal de Pharmacie*, 3e série, t. IV, 1863, p. 402.

(4) *Histoire des Sciences : la Chimie au moyen âge*, t. I, p. 385.

Ventre, $0^m,18$ à $0^m,20$; Col, $0^m,06$;
Diamètre intérieur de l'orifice, 0,25; Plus bas dans le col, $0^m,02$;
Diamètre extérieur de la bague qui entoure l'orifice, $0^m,035$;

Fig. 1.



Diamètre extérieur maximum de la fiole, $0^m,10$;
Diamètre minimum au bas, 0,07;
La capacité intérieure doit être voisine de 100^{cm^3}.

La date de ces objets pourrait être précisée, d'après les indications que voici :

Deux exemplaires de fioles semblables, appartenant au mobilier funéraire de tombes de la XVIIIe dynastie (1600 à 1370 av. J.-C.), ont été découvertes dans la nécropole d'Abydos, au cours des fouilles de MM. Maciver et Mace (1899-1901). Ils sont figurés dans les planches XLV et L de la publication intitulée *El Amrah and Abydos,* qui fait partie de la collection du *Egypt Exploration Fund, London,* 1902.

J'ai décalqué plus haut l'une de ces figures, semblable aux fioles du Louvre.

C'est de ces fioles que M. Bénédite a extrait les matières que j'ai analysées, savoir : matière pulvérulente empâtée de sable (1070*a* et 1070*b*),

plus visqueuse et épaisse dans la troisième (n° 1071 *g*). La dernière était la plus abondante; c'est celle qui a servi surtout à mes expériences. La matière extraite des deux autres fioles n'en différait, d'après mon étude, que parce que le produit organique était comme solidifié par imprégnation dans une masse de sable, mélangée avec un peu de paille; cette dernière peut être moderne et due aux accidents de transport. Après avoir fait ces vérifications, je me suis attaché à la substance extraite de la fiole 1071 *g*.

C'est une matière noirâtre, visqueuse, possédant une odeur de corps gras altéré, avec nuance aromatique et bitumineuse. Réaction acide. Soumise avec précaution à l'action de la chaleur, elle développe une odeur empyreumatique, analogue à celle de l'acroléine. Chauffée sur une lame de platine, elle se gonfle, se volatilise, puis brûle presque sans résidu. L'incinération fournit en petite quantité des cendres blanches, exemptes de sulfates et de phosphates, ne faisant pas effervescence avec les acides; mais du chlore en proportion relative notable. Distillée dans un tube fermé par un bout, elle fournit un produit volatil, gras, insoluble dans l'eau, acide et qui se concrète par refroidissement.

Le poids total extrait de la fiole 1071 *g* s'élevait à $14^{g},108$; sans préjudice des portions notables adhérentes à l'intérieur et au col du vase. Ce corps est soluble dans l'éther.

Un essai de saponification par la chaux hydratée, à 100°, pendant plusieurs heures, n'a pas fourni de glycérine, préexistante ou régénérée. Il semble que celle-ci ait disparu par l'effet d'une oxydation séculaire.

Donnons maintenant les analyses :

1. Voici la composition de la *matière totale*, redissoute dans l'éther, puis isolée par évaporation et desséchée à 110° pendant un court espace de temps (pour éviter autant que possible l'oxydation).

C'est une huile rougeâtre, sirupeuse, à réaction acide.

Elle ne laisse que $\frac{1}{200}$ de son poids de cendres, qui ont été déduites. Traces négligeables d'azote.

La combustion a donné :	Les rapports atomiques $C^{10}H^{18}O^{3}$ exigeraient :
C = 64,15	C = 64,5
H = 9,29	H = 9,7
O = 26,56	O = 25,8
100,00	

On a essayé de titrer l'acidité avec de l'eau de chaux; mais le titre est peu certain. D'autre part, la matière chauffée au bain-marie pendant plu-

sieurs heures avec de la litharge en poudre fine, a perdu 6,99 centièmes de son poids (eau).

Ces chiffres s'appliquent à un mélange de principes neutres ou acides, insolubles dans l'eau, avec des principes acides formant des sels de chaux solubles. Les derniers acides représentent environ le dixième du poids total, comme il va être dit.

2. En effet, on peut isoler ce dernier ordre d'acides à l'état de sels calcaires blancs et cristallins, d'apparence écailleuse. A cet effet, on traite la matière précédente par l'hydrate de chaux; on mélange aussi bien que possible, on filtre, on précipite l'excès de chaux par l'acide carbonique, etc. Ces opérations ont fourni finalement des sels de chaux solubles dans l'eau, qui les a séparés d'autres sels calcaires insolubles.

Les sels solubles, débarrassés de l'excès d'alcali par l'acide carbonique et soumis à une évaporation bien réglée, ont fourni trois cristallisations successives, renfermant toutes sensiblement la même dose de calcium.

1° Le second et principal sel (brûlé au chromate de plomb) renferme

		Calculé pour $C^{10}H^{18}CaO^{6}$.	
C........	43,3	C.........	43,8
H........	6,4	H.........	6,6
Ca.......	15,2	Ca.........	14,6
O........	35,1	O.........	35,0

C'est le sel de chaux d'un acide $C^{5}H^{10}O^{3}$.

2° La première cristallisation, obtenue exprès au voisinage de la limite de saturation de l'eau par les sels calcaires, était très peu abondante; l'analyse a fourni sensiblement la même proportion de chaux que la précédente.

3° L'eau mère, évaporée à sec, a donné, en proportion semblable, un mélange salin un peu moins carboné :

		Calculé pour $C^{9}H^{16}CaO^{6}$.	
C........	41,6	C.........	41,5
H........	6,1	H.........	6,1
Ca.......	15,1	Ca........	15,3
O........	37,2	O.........	37,1

Il semble donc qu'on ait affaire à plusieurs acides d'une même série homologue, $C^{5}H^{10}O^{3}$ et $C^{4}H^{8}O^{3}$, de la famille des acides hydroléiques (oxystéarique); ces acides homologues étant produits par une lente

réaction d'oxydation spontanée; conformément aux observations que j'ai faites sur les corps gras trouvés dans la nécropole de Reims. Je rappellerai d'ailleurs que l'acide oléique et les corps analogues manifestent d'une façon marquée les propriétés des corps oxydables-oxydants, formés sous la seule influence de l'oxygène atmosphérique.

3. Après extraction des sels précédents, il reste une masse insoluble dans l'eau. Cette masse, traitée par l'éther froid, lui a cédé seulement quelques centigrammes d'une matière amorphe, de l'ordre de l'oléate de chaux et analogues.

On a chauffé ensuite la matière insoluble sur un bain-marie pour chasser l'éther; puis on l'a fait digérer à chaud avec l'acide chlorhydrique concentré et l'on a repris par l'éther, afin d'isoler l'acide gras séparé de la chaux. Cette séparation n'était d'ailleurs que partielle, comme il va être dit. Le corps extrait par l'éther n'était pas cristallisé. Il a fourni à l'analyse :

		C'est-à-dire, cendres déduites.		Les rapports $C^{12}H^{22}O^{3}$ exigeraient :	
C.......	67,1	C......	67,7	C......	67,9
H.......	9,7	H......	9,9	H......	9,4
O.......	22,35	O......	22,4	O......	22,7
Cendres.	0,85				

Ce serait donc un acide du type $C^{n}H^{2n-2}O^{3}$ (acides oxyoléiques); probablement un mélange.

4. Cependant l'acide chlorhydrique, même par une digestion prolongée à chaud, n'a pas réussi à attaquer complètement le sel calcaire; ce qui semble indiquer une constitution différente de celle des sels des acides gras proprement dits. J'ai cru utile de procéder à l'analyse des composés restants, insolubles dans l'éther et qui se présentaient, après lavage et dessiccation, sous la forme de grains durs et compacts. L'analyse a donné :

C............................	44,9
H............................	6,9
O............................	31,4
Ca...........................	16,8

Ce qui répond aux rapports bruts :

$$C^{37,5}H^{70}CaO^{8}.$$

C'est sans doute un mélange. En déduisant la chaux, on arrive aux rap-

ports $(C^5H^{10}O)^n$, susceptibles de représenter des composés de l'ordre des bitumes ou des résines.

5. Il résulte de ces observations et analyses que les composés trouvés dans la fiole égyptienne représentent les produits d'une oxydation lente, séculaire, accomplie dans l'obscurité des hypogées. Il est difficile de remonter avec certitude à la matière originelle.

C'était une offrande funéraire, préparée sans doute par l'association de plusieurs produits naturels, tels qu'une huile grasse, mélangée avec des baumes, résines, bitumes, etc.

D'après le caractère et la composition des sels de chaux solubles et cristallisables qui ont été obtenus, je suis porté à croire que l'huile grasse primitive était l'huile de ricin : l'acide ricinoléique répondant à la formule $C^{18}H^{34}O^3$, c'est-à-dire au type des acides à 3 atomes d'oxygène, observés parmi les produits oxydés que renfermait la fiole funéraire égyptienne. L'huile de ricin était en effet connue et employée dans l'ancienne Égypte; elle figure dans les écrits et lexiques alchimiques [1] et il paraît qu'elle est encore aujourd'hui usitée comme aliment.

ARCHÉOLOGIE. — *Quelques métaux trouvés dans les fouilles archéologiques en Égypte;* par M. BERTHELOT.

Voici les résultats de l'examen que j'ai fait de quelques échantillons métalliques provenant de l'ancienne Égypte :

1. Les uns m'ont été envoyés en juin 1904 par M. Maspero. Ils proviennent d'une tombe récemment ouverte par notre confrère, appartenant d'après ses indications : « à l'époque thinite, et datée du Pharaon que l'on appelle, faute de mieux, le *Serpent,* lequel est probablement de la fin de la IIe ou du commencement de la IIIe dynastie ».

Ce sont des débris de lames minces, constituées par un alliage de cuivre pur, en très grande partie transformé en oxychlorure (atakamite) et hydrocarbonate, et mêlé de calcaire pulvérulent.

L'état de décomposition et de désagrégation était tel qu'il n'a pas été possible de séparer l'alliage métallique proprement dit, de sa patine et gangue.

---

[1] *Collection des anciens alchimistes grecs, traduction :* Lexique alchimique, p. 10. — *Introduction à la Chimie des anciens : Signes alchimiques,* p. 109, 113.

L'analyse, opérée sur de petites quantités de matière, a donné

Cuivre	56,7
Étain	2,0

Il y avait des traces de zinc, et dans la patine une dose notable de chlore, d'acide carbonique, d'oxygène, de chaux. Point d'arsenic, de plomb, d'argent, de fer, du moins en doses notables.

Cet échantillon est intéressant par sa grande antiquité, puisqu'il remonte aux dates les plus reculées de l'ancien Empire. Il doit être rapproché de ceux que j'ai analysés précédemment ([1]).

La présence de petites quantités d'étain dès cette époque est remarquable : ce métal ne pouvant guère provenir que de l'addition volontaire d'un minerai stannique au minerai cuivrique, mis en œuvre dans la préparation du métal.

Quant à l'oxychlorure et à l'hydrocarbonate de cuivre, ils ont été produits dans le cours des siècles, par l'action lente des eaux saumâtres et de l'air sur le métal primitif ([2]).

2. J'ai examiné également un lingot de cuivre, provenant du musée du Louvre, et qui m'a été remis pour cette étude par M. G. Bénédite. Ce lingot vient des fouilles de Mariette à Saqqarah; il est d'origine pharaonique. Sa forme générale rappelle celle des lingots métalliques empilés, qui figurent dans certaines inscriptions hiéroglyphiques.

Le poids de cette lame est de 360^{g}. C'est un parallélépipède, qui offre l'aspect d'une plaque coulée dans un moule grossier. Elle est longue de $0^{m},140$; large de $0^{m},042$ à $0^{m},045$; épaisse de $0^{m},0075$ à $0^{m},006$, suivant les points où on la mesure. La face de la tranche est légèrement arrondie, dans le sens de sa largeur. Les quatre lignes droites qui en définissent les bords, dans le sens de la plus grande longueur, sont légèrement dentelées par des entailles pratiquées sur les deux tiers environ de cette longueur, à partir de l'extrémité la plus large.

Le métal est couvert d'une légère patine verdâtre, dont l'usure laisse apparaître un fond rouge et brillant. L'aspect même de la patine n'est uniforme, ni sur les faces opposées, ni sur les tranches. Il manifeste plu-

---

([1]) *Annales de Chimie et de Physique*, 7e série, t. IV, p. 547, 551, 556, 561; *Histoire des Sciences : la Chimie au moyen âge*, t. I, p. 391, etc.

([2]) Sur la genèse de ces altérations voir *Annales de Chimie et de Physique*, 7e série, t. IV, 1895, p. 551.

sieurs régions distinctes, limitées parallèlement à la largeur et dont l'existence est attribuable à l'entrecroisement des plaques superposées.

Au point de vue chimique, cette lame est constituée par du bronze, avec sa composition normale. On a trouvé :

Cuivre	87,44	87,52
Étain	11,47	11,47
	98,91	98,99
Traces de plomb, patine oxydée, etc.	1,09	1,01

Point d'arsenic, d'argent, de zinc, de fer, de calcium en proportions sensibles.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur l'augmentation de volume de la fonte liquide, saturée de carbone au four électrique, au moment de la solidification.* Note de M. **Henri Moissan**.

Dans nos recherches sur la reproduction du diamant, nous avons pensé que la pression, produite par l'augmentation de volume de la fonte saturée de carbone au four électrique lorsqu'elle passe de l'état liquide à l'état solide, pouvait être la cause de la transformation de l'une dans l'autre des différentes variétés de carbone. Cependant, nous avons fait remarquer que cette interprétation était en dehors des résultats très nets de nos expériences, et, dans le Mémoire (¹) publié aux *Annales* en 1896, nous disions : « Telles sont les idées vraies ou fausses qui nous ont amené à changer la direction de nos recherches sur le diamant et à faire intervenir la pression. Nous ne savons si cette théorie résistera aux expériences de nos successeurs, mais c'est à elle que nous devons les expériences que nous allons décrire qui nous ont amené à reproduire le diamant en cristaux microscopiques. »

La question de savoir si la fonte augmente de volume au moment de sa solidification a été étudiée depuis très longtemps par un grand nombre d'ingénieurs et de métallurgistes. Nous rappellerons tout d'abord que cette question ne peut pas être jugée sur la vue d'un lingot coulé dans un moule plus ou moins conique (²). Dans un moule métallique tel que ceux qui

(¹) H. Moissan, *Recherches sur les différentes variétés de carbone* (*Annales de Chimie et de Physique*, 7ᵉ série, t. VIII, 1896, p. 289, 306 et 466).

(²) Dans un vase conique, l'eau, par exemple, qui, incontestablement, augmente de

sont employés pour la coulée de l'acier, le métal se solidifie en partie, à la base du moule, avant même que la coulée ne soit complète. Dans une lingotière, une partie du métal fondu se trouve en contact avec des parois métalliques plus ou moins épaisses, tandis qu'une autre partie forme la surface libre. Aux différents points de la surface du lingot, les vitesses de refroidissement sont donc très différentes.

Cette question a fait d'ailleurs le sujet d'un grand nombre de déterminations précises et de mesures exactes.

Ces mesures sont encore discutées, mais la difficulté des expériences et la complexité des fontes ordinaires ne rendent pas toujours les résultats comparables. Nous rappellerons d'abord les recherches de Réaumur. Dans des expériences multiples et poursuivies avec soin, de Réaumur (1) a soutenu, le premier, que la fonte de fer augmentait de volume, en passant de l'état solide à l'état liquide. Il a établi ce fait curieux en démontrant qu'un morceau de fonte chaud et parfaitement décapé nageait sur un bain liquide de la même fonte, ou bien, qu'un fragment de fonte solide, placé au fond d'un creuset, remontait à la surface lorsqu'on emplissait le creuset de la même fonte liquide. Il a fait voir aussi que le bismuth possédait cette même propriété déjà connue pour l'eau.

Beaucoup plus tard, cette question a été reprise par différents expérimentateurs et les résultats ont été tout d'abord contradictoires. En 1874, Robert Mallet (2) a publié un certain nombre de déterminations qui étaient en opposition avec les expériences de Réaumur. Peu de temps après, Wrightson (3), en 1880, a mesuré exactement une sphère liquide

---

volume en se solidifiant, peut passer à l'état de glace en produisant, suivant l'axe du cône, une cavité plus ou moins profonde qui peut aller jusqu'à $\frac{1}{3}$ de la hauteur du vase. Une expérience de Sage a, depuis longtemps, mis ce phénomène hors de doute : « Si le vaisseau dans lequel on fait geler l'eau est un cône évasé et bien proportionné, il ne se rompt pas pendant la congélation parce que l'eau glacée s'élève le long des parois du vase, de manière qu'elle déborde de plusieurs lignes, mais, si le vaisseau est cylindrique, il ne manque pas de se rompre. » [SAGE, *Analyse chimique et concordance des trois règnes,* t. I, p. 79, *fig.* 2. (Paris, 1786.)]

(1) DE RÉAUMUR, *Que le fer est de tous les métaux celui qui se moule le plus parfaitement et quelle en est la cause.* (*Histoire de l'Académie royale des Sciences.* Paris, année MDCCXXVI; p. 273.)

(2) ROBERT MALLET, *On the alleged expansion in volume of various substances in passing by refrigeration from the state of liquid fusion to that of solidification* (*Royal Society,* t. XXII, p. 336 et t. XXIII, 1874, p. 209).

(3) TH. WRIGHTSON, *On some physical changes occuring in iron and steel at high temperatures.* (*The Journal of the iron and steel Institute,* t. I, 1880, p. 11.)

de fonte au moyen de l'onkosimètre, et il a trouvé que, en se solidifiant, son diamètre passait de 15,28 pouces à 15,358 pouces pour diminuer ensuite en se refroidissant. De plus, la densité de la fonte refroidie, choisie à la partie extérieure de la sphère, était de 6,95, tandis qu'un échantillon, pris au centre, donnait 7,13. Il a vu aussi nettement que des morceaux de fonte, maintenus au fond d'un bain de la même fonte, jusqu'à un commencement de fusion, remontaient à la surface. D'après un certain nombre de ces expériences, Wrightson donne, pour la densité de la fonte de fer de Cleveland à l'état liquide et à l'état plastique ([1]), les chiffres suivants :

État liquide.	État plastique.
6,94	6,68
6,92	6,70
7	6,50
6,88	6,55
6,73	6,24
6,84	6,32

La conclusion est que la fonte, de même que l'eau, augmente de volume, en passant de l'état liquide à l'état plastique.

M. Lowthian Bell ([2]), dont personne ne discutera la compétence dans ces questions, conclut, à la suite de nombreuses expériences, que la fonte solide flotte sur la fonte liquéfiée. Il établit, par les courbes obtenues au moyen d'un appareil enregistreur, que le phénomène du changement de l'état liquide à l'état solide correspond à une augmentation de volume. Enfin, il appelle l'attention sur l'importance des gaz qui se trouvent en solution dans le métal.

Sans vouloir épuiser l'historique d'une question qui nous entraînerait trop loin, nous parlerons encore des recherches de M. Keep publiées en 1895. M. Keep ([3]) a démontré, au moyen d'un appareil très ingénieux, que la fonte ordinaire liquide, en se solidifiant et en se refroidissant, fournissait trois expansions successives et que, de ces expériences, résultait une augmentation permanente du volume de la fonte. M. Keep a distingué et enregistré, au moyen de courbes, les changements de volume des fontes

---

([1]) L'état plastique est intermédiaire entre l'état liquide et l'état solide.

([2]) Lowthian Bell, *The journal of the iron and steel Institute*, n° 1, 1880; p. 31.

([3]) W. J. Keep, *Detroit, Michigan; Cooling curves and test for cast iron* (*Iron and steel Institute*, août 1895).

et des aciers et il a établi ainsi l'influence du silicium et des autres éléments dans ces phénomènes complexes.

En somme, on n'a commencé à mettre de l'ordre dans ces recherches qu'après avoir entrepris, d'une part, l'étude de la fonte au carbone et au silicium et, d'autre part, l'étude de l'acier. En 1897, dans des expériences que nous avons poursuivies au moyen de notre four électrique ([1]), nous avons fait remarquer qu'il fallait séparer nettement le phénomène du changement de volume dans la fonte et dans le fer. Ces remarques ont été faites justement à propos de nos expériences sur la reproduction du diamant. Nous rappellerons comment est conduite cette expérience. Lorsque nous refroidissons brusquement un culot de fonte en fusion dans l'eau froide, il se forme tout d'abord, à quelques degrés en dessous du point de solidification de la fonte, c'est-à-dire vers 1000°, une couche solide qui, à cette température, est malléable et épouse complètement la forme de la partie liquide qui se trouve encore à l'intérieur. Il y a adhérence entre la fonte liquide au milieu du culot et la couche extérieure déjà solidifiée. Le refroidissement continuant, cette couche s'épaissit tout en restant malléable tant qu'elle est au rouge. Mais, lorsque, par suite de l'augmentation du refroidissement, cette couche solide devient sombre, elle perd sa malléabilité et oppose, à la partie liquide qui reste encore à l'intérieur, une résistance plus grande. Dès lors, l'enveloppe solide est constituée et la fonte, encore liquide par son changement d'état, augmente de volume et produit une pression à l'intérieur du culot métallique. En somme, dans cette expérience, toute la fonte est plongée dans l'eau et la croûte solide qui se forme constitue la surface entière du lingot.

Notre expérience de la fonte refroidie brusquement dans l'eau, dans le plomb fondu ou dans la limaille de fer, est donc tout à fait différente d'une coulée de fonte ou d'acier dans un vase de métal. Dans notre manipulation, le phénomène de refroidissement de la fonte liquide dans l'eau est un phénomène complexe. Nous estimons qu'il y a augmentation de pression à l'intérieur du culot métallique et cela pour trois raisons :

1° Grâce à l'emmagasinement des gaz en solution dans la fonte qui, au moment du passage de l'état liquide à l'état solide, se dégagent instantanément;

2° A cause de la contraction de la couche superficielle refroidie brus-

---

([1]) H. Moissan, *Le four électrique*, p. 337. Paris, Steinheil.

quement pendant que le centre, encore liquide, est maintenu à une température plus élevée;

3° Par suite du changement de l'état liquide à l'état solide de la fonte saturée de carbone au four électrique.

Examinons successivement ces différentes causes :

1° On sait depuis longtemps que la fonte, portée au-dessus de son point de fusion, renferme en solution une grande quantité de gaz hydrogène et oxyde de carbone. Il nous suffira de rappeler sur ce point les travaux de notre confrère M. Cailletet ([1]), ceux du colonel Caron ([2]), ceux de MM. Troost et Hautefeuille ([3]), de Deville ([4]) et de Muller ([5]). Si, par refroidissement brusque, nous formons une couche résistante et homogène à la surface de la fonte en fusion, les gaz qui se dégageront exerceront une pression sur la fonte encore liquide. Lorsque le culot métallique, refroidi dans l'eau, présente extérieurement une surface lisse comme celle de la figure 3, les gaz contenus dans la fonte liquide n'ont pu sortir au travers de l'enveloppe.

2° Il est bien évident que, par suite du refroidissement brusque de la couche métallique extérieure et solide, mise au contact de l'eau froide, cette dernière diminue de volume, se contracte, tandis que la partie interne est encore liquide. Lorsque la couche métallique extérieure est devenue noire par son refroidissement rapide, si l'on sort de suite le culot métallique de l'eau qui l'entoure, il revient au rouge indiquant ainsi que le métal intérieur est encore à une température suffisante pour être liquéfié.

Nous avons démontré de plus, dans des expériences précédentes, que les diamants ne se rencontrent qu'au centre des culots métalliques.

3° L'augmentation de volume, due au changement de l'état liquide à l'état solide, tend également à augmenter la pression supportée par la partie restée liquide au centre du lingot.

Grâce à notre four électrique, qui nous permet de fondre le fer et la

---

([1]) Cailletet, *Recherches sur les gaz contenus dans la fonte et l'acier à l'état de fusion* (*Comptes rendus*, t. LXI, 1865, p. 850).

([2]) Caron, *Sur les soufflures de l'acier* (*Comptes rendus*, t. LXII, 1865, p. 296; t. LXX, 1870, p. 451 et 1263.

([3]) Troost et Hautefeuille, *Rochage de la fonte* (*Comptes rendus*, t. LXX, 1870, p. 255, et t. LXXVI, 1873, p. 482 et 562, et t. LXXX, 1875, p. 788).

([4]) Deville, *Comptes rendus*, t. LXX, 1870, p. 256.

([5]) Muller, *Ueber die in Eisen und Stahl eingeschlossenen Gase* (*Berichte*, t. XII, p. 93).

fonte en un temps très court, nous avons pu faire de nouvelles recherches sur ce sujet.

Si l'on place 500^g de fer de Suède en petits fragments, dans un creuset de magnésie cylindrique et que l'on chauffe rapidement le métal au four électrique de façon à l'amener à l'état de fusion complète, puis que l'on vienne à retirer le creuset et qu'on le laisse refroidir à l'air, le culot métallique se creuse et se solidifie, sans que rien sorte de l'intérieur ([1]).

Répétons la même expérience avec le même poids de fer additionné de charbon de sucre et placé dans un creuset de graphite cylindrique, bon conducteur de la chaleur, de même forme que le creuset de magnésie employé précédemment. Nous avons chauffé ce fer pendant 5 minutes avec un courant de 600^{amp} sous 110^{volts}, de façon à obtenir la fonte la plus simple, celle qui ne renferme que du fer et du carbone. Nous sortons alors du four électrique le creuset qui contient la fonte liquide, nous le plaçons sur une plaque métallique et nous le laissons refroidir lentement à l'air en évitant toute vibration. Dans ces conditions, le métal reste liquide un certain temps, quelques bulles de gaz viennent se dégager à la surface, puis il commence bientôt à se solidifier. Il se produit tout d'abord une couche métallique solide et bien horizontale. Mais, peu d'instants après, par un point de moindre résistance, on voit sortir une certaine quantité de métal encore liquide qui est chassée par la pression intérieure. Tantôt cette sortie du métal liquide se produit en une fois, tantôt elle se produit par deux poussées successives. La figure 1 représente la surface d'un culot de fonte après sortie du métal dans ces dernières conditions. En même temps, si l'on examine la partie inférieure du culot de fonte, on remarque qu'elle a épousé, dans ses moindres sinuosités, la surface intérieure du creuset.

Nous avons souvent répété cette double expérience; elle nous a toujours donné les mêmes résultats.

Mais on peut penser que cette sortie du métal est due à l'expansion des gaz en solution dans le liquide, gaz qui se dégagent au moment de la solidification.

Nous ferons remarquer à ce sujet que la surface du métal repoussé en dehors du culot, est absolument lisse et qu'elle ne présente aucune trace d'un rochage semblable à celui de l'argent. De plus, si nous scions le culot

---

([1]) Dans un creuset de magnésie, le fer fondu ne mouille pas la paroi; au contraire, dans un creuset de graphite, la fonte en fusion mouille le carbone et s'élève légèrement sur les bords par capillarité.

en coupant en deux la partie repoussée, on reconnaît que le point de départ de la sortie du métal encore liquide est une très petite poche gazeuse dont le volume n'est peut-être pas la cinquantième partie du volume métallique rejetée en dehors du lingot (*fig.* 2).

Cette petite cavité, examinée à la loupe, est tapissée de cristaux de gra-

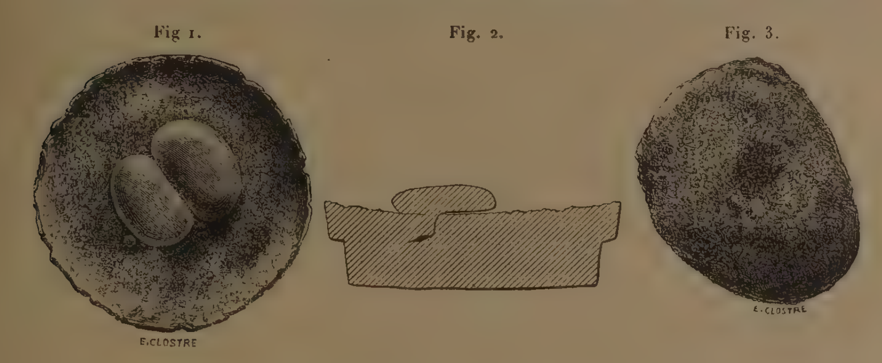


Fig 1. Fig. 2. Fig. 3.

phite. Puisque, dans ce cylindre de fonte en fusion, qui se refroidit lentement, une certaine partie encore liquide est rejetée au dehors au moment de la solidification, il faut bien admettre que, si nous empêchons ce liquide de sortir du cylindre, il produira une augmentation de pression.

Ainsi s'explique que certains de nos culots, refroidis brusquement lorsque

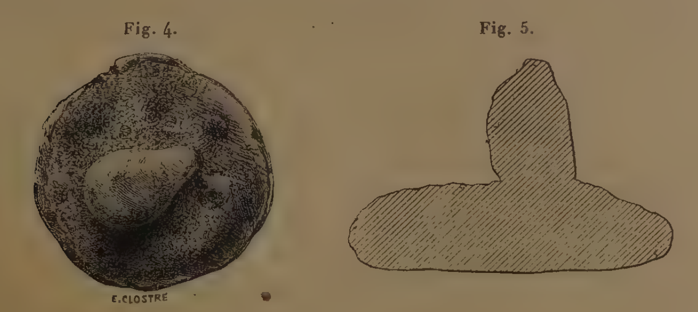


Fig. 4. Fig. 5.

la croûte est suffisamment solide, ne laissent pas sortir de métal à l'extérieur (*fig.* 3). Ils possèdent alors une surface rugueuse, bombée, mais régulière, et, dans ce cas, ils contiennent des diamants.

Au contraire, si, par suite du défaut d'épaisseur de la croûte solidifiée, le métal a pu se faire jour au travers de l'enveloppe (*fig.* 4), le culot mé-

tallique, après traitement par les acides, ne renferme pas de diamants microscopiques.

De plus, nous ferons remarquer que le métal, resté encore liquide à l'intérieur du culot métallique au moment du refroidissement brusque, possède, grâce à la pression qu'il supporte, un point de fusion plus bas que celui de la fonte ordinaire. De sorte que si, sous l'action de la pression intérieure, il peut briser la croûte solide qui l'entoure, il sera repoussé sous forme d'un jet métallique qui se solidifiera brusquement. C'est ce qui est arrivé dans le culot dont la section est représentée dans la figure 5.

Il découle donc de nos expériences que le fer pur ou ne contenant que peu de carbone, en passant de l'état liquide à l'état solide, suit la loi générale de la solidification et sa densité s'accroît. Il diminue de volume. Par contre, ce métal, saturé de carbone au four électrique, fait exception à cette loi et augmente de volume en passant de l'état liquide à l'état solide. Si les expériences que nous relatons aujourd'hui sont concluantes, c'est parce que notre four électrique nous a permis d'abord de fondre le fer en quelques minutes et ensuite d'exagérer la dissolution du carbone dans ce métal. L'échantillon de fer fondu dans un creuset de magnésie renfermait moins de 1 pour 100 de carbone, celui qui a été fondu dans un creuset de charbon en contenait de 7,65 à 8,17 pour 100.

ASTRONOMIE. — *Étude des photographies lunaires. Considérations sur la marche de la solidification dans l'intérieur d'une planète.* Note de MM. **Lœwy** et **Puiseux**.

L'ensemble des faits topographiques mis en lumière au cours de notre travail et particulièrement dans les deux dernières feuilles du huitième fascicule de l'*Atlas lunaire* nous semble apporter un témoignage important dans deux questions souvent agitées : Comment se fait, pour une planète, le passage de l'état liquide à l'état solide? A quel point de cette transformation la Terre et la Lune sont-elles actuellement parvenues?

En fait, la réponse à la première question dépend ordinairement de la solution que l'on adopte pour la seconde, et celle-ci est envisagée avec le désir d'expliquer le plus simplement ou le plus mathématiquement possible certains phénomènes terrestres.

Ainsi, une école scientifique se réclamant de l'autorité de Lord Kelvin, de MM. G.-H. Darwin, King et Barus, considère la solidification de la Terre

comme à peu près achevée. Les phénomènes volcaniques manifesteraient seulement l'existence de poches liquides isolées, insignifiantes par rapport au volume total. Dans ce système, la solidification a commencé par le centre et s'est propagée jusqu'à la surface.

La plupart des géologues admettent, au contraire, avec le professeur Suess, avec M. de Lapparent, l'existence d'une lithosphère, écorce relativement mince enveloppant une masse incandescente. Ici la solidification a débuté par la surface et progresse lentement vers le centre, en opposant aux épanchements volcaniques un obstacle de plus en plus efficace, mais non encore insurmontable dans le cas de la Terre.

Si, au lieu de partir de l'état actuel, on tente de présenter les faits dans l'ordre historique, les deux écoles sont d'accord pour placer à l'origine un état de fluidité totale, conformément aux idées de Descartes et de Laplace. Le passage à l'état solide se fait par petites portions sous l'influence du refroidissement superficiel.

Que deviennent les scories ainsi formées? Ici la divergence apparaît. Les partisans du noyau solide font valoir que la plupart des substances minérales se contractent en se solidifiant, à l'inverse de ce qui se passe pour l'eau. Elles ne vont donc point flotter comme des glaçons, mais plonger à l'intérieur, où elles repasseront à l'état liquide sous l'influence d'une température plus élevée. Ce brassage tend à rendre la température uniforme dans toute la masse. De plus, les fortes pressions qui règnent à l'intérieur arriveront à maintenir à l'état solide les substances qui se dilatent en fondant. La profondeur que les scories peuvent atteindre va donc en croissant avec le temps. Elles finissent par gagner le centre, en prenant la place de matériaux plus légers, qui sont refoulés vers la surface.

Leur agglomération forme un noyau solide qui s'étend par degrés jusqu'à comprendre toute la planète, en respectant quelques poches formées de substances plus fusibles.

A cela les partisans de la lithosphère opposent l'existence de matières minérales qui, de même que l'eau, se dilatent en se solidifiant. Nous avons donc au moins une classe de scories dont la destinée est de flotter et de s'accroître toujours, en formant une première croûte solide. Restent les corps de la seconde classe, ceux qui se contractent et plongent en se solidifiant. Mais même une partie de ces corps n'a chance de gagner le centre, car ils rencontrent très rapidement des couches plus denses, déjà réparties à un niveau inférieur par les exigences de l'équilibre hydrostatique. Cette nouvelle classe de scories ne peut donc se mouvoir que dans une épaisseur

restreinte à partir de la surface; elle finit nécessairement par s'amalgamer avec la première; et aussitôt que la première croûte ainsi formée est devenue capable de mettre obstacle aux épanchements superficiels, le refroidissement se trouve ralenti dans une énorme proportion. Dès lors les couches supérieures du fluide interne ne se solidifient qu'avec une extrême lenteur. L'ampleur et la généralité des phénomènes volcaniques, l'ascension universelle et régulière du thermomètre quand on pénètre dans le sol, indiquent actuellement pour l'épaisseur moyenne de l'écorce solide un chiffre inférieur ou peu supérieur à 50^{km}.

Ces faits sont certainement plus difficiles à interpréter dans la théorie du noyau solide. Il en est de même d'autres phénomènes généraux et bien constatés, par exemple :

(*a*). La présence, jusque près de la surface, de matériaux de densités très diverses y compris des métaux beaucoup plus lourds que la moyenne du globe terrestre. Il semble que, si les choses s'étaient passées suivant l'ordre indiqué par Lord Kelvin, ces métaux auraient dû être englobés de bonne heure dans le noyau solide sans aucune chance de revenir au jour.

(*b*). La tendance générale à l'isostase, c'est-à-dire l'existence de variations de densité qui compensent les inégalités du sol au point de vue de l'intensité de la pesanteur et rendent possible, à une certaine profondeur, l'équilibre hydrostatique. Cette compensation apparaît comme obligée si l'écorce terrestre est flottante, comme fortuite si la masse entière du globe est solide.

(*c*). La grandeur des différences de niveau qui existent à la surface des planètes dont nous pouvons apprécier le relief.

On comprend que ces différences aient été produites par la réaction d'un liquide intérieur sur une écorce relativement mince et de densité irrégulière. Il semble, au contraire, que si la solidification s'était faite à partir du centre, et n'avait porté en dernier lieu que sur une nappe superficielle, nous devrions constater une figure bien plus voisine de l'équilibre relatif.

Sur la Lune nous ne sommes pas à même de reconnaître s'il y a augmentation de température avec la profondeur ou variation dans l'intensité de la pesanteur. Mais nous pouvons relever sur les photographies lunaires diverses particularités qui témoignent que la solidification se fait en partant de la surface.

Ainsi, les différences de niveau sont relativement plus fortes et plus brusques sur notre satellite, et, de plus, elles traduisent sous bien des formes les effets dynamiques que doit exercer un liquide en mouvement

sur les parois solides qui le contiennent. Ces effets sont en premier lieu les épanchements superficiels qui ont envahi les deux cinquièmes de la surface visible et les ont transformés en plaines unies, laissant voir à leur périphérie de nombreux vestiges du relief antérieur.

Ce sont encore les nombreuses traces d'instabilité des massifs montagneux dans le sens vertical, les cassures linéaires qui circonscrivent les monts Hœmus, les Apennins et le Caucase, les terrasses si nettes du Mur Droit et de Théophile, les fissures marginales de Sabine et d'Hésiode.

La proximité d'une nappe liquide puissante est encore nécessaire pour rendre compte des flottements et charriages en masse dans le sens horizontal, intéressant à la fois de larges portions de la surface. A cette origine se rattachent le démantèlement de la crête des Apennins, la disjonction des blocs rectangulaires du Caucase et de Bode, la formation des vallées rectilignes de Rheita, des Alpes, d'Ariadœus.

L'argument le plus décisif en faveur de l'hypothèse d'un refroidissement graduel de l'extérieur à l'intérieur est fourni par les faits suivants qui s'imposent avec une grande évidence par l'étude des photographies.

Une analyse attentive des formations si variées qui accidentent le sol lunaire permet de constater qu'après la constitution d'une première enveloppe mince de la lithosphère, le retrait de la masse liquide s'est opéré progressivement, et il est arrivé fatalement un moment où elle a perdu partiellement son contact avec la partie solidifiée, elle s'est trouvée ainsi séparée d'elle par un faible espace en laissant un intervalle bien suffisant pour l'oscillation des marées. Lorsque, à une certaine période, pour des raisons inconnues, ainsi que cela s'est présenté pour le globe terrestre, les forces éruptives ont pris une violence particulière, la croûte solide a cédé alors sous ces pressions exceptionnelles dans ses éléments les moins résistants et s'est trouvée envahie par le liquide intérieur. Ces soulèvements locaux ont ainsi donné naissance aux grands cirques et aux diverses autres formations dans la région polaire, où le refroidissement a été beaucoup plus rapide et où la croûte, pour des raisons faciles à comprendre, a acquis une épaisseur plus considérable. Mais, dans la zone équatoriale, où les marées et la force centrifuge ont leur plus grande ampleur, ces violentes perturbations ont conduit aux grands effondrements qui constituent les mers. L'existence des vestiges du relief du passé, encore visibles à leurs rivages, fait ainsi reconnaître la nature de ces puissantes évolutions. Chaque mouvement éruptif a ainsi marqué, par le fond uni des formations, la hauteur du niveau du fluide sous-jacent.

Ce processus, comme on peut s'en convaincre, s'est répété plusieurs fois et se répétera sans doute dans la suite des temps avec une énergie toujours décroissante jusqu'au moment où l'épaisseur de l'enveloppe sera devenue telle qu'elle opposera un obstacle invincible aux actions éruptives. Les photographies lunaires mettent en lumière, d'une manière irrécusable, cinq étapes successives dans le retrait des matières en fusion.

Cette marche est ainsi attestée par les terrasses intérieures de Maurolycus et de Boussingault, par les cirques parasites formés aux dépens d'Albategnius et de Clavius. Nous l'observons aussi à la périphérie de presque toutes les mers, où se produit la juxtaposition du plateau primitif et de la nappe inférieure. Mais l'exemple le plus frappant peut-être est fourni par les bandes concentriques qui entourent la mer du Nectar. Nous reconnaissons ici, bien caractérisés, depuis les plateaux de la calotte australe jusqu'au fond des cirques inférieurs, cinq étages séparés l'un de l'autre par un écart de plusieurs milliers de mètres et correspondant à des époques différentes. Nous prenons ici sur le fait la contraction progressive du fluide interne et sa solidification en partant de la surface. Le résultat observé serait tout autre si la solidification avait dû progresser à partir du centre et s'achever par la surface. Seul le niveau final devrait être reconnaissable et les manifestations des forces éruptives n'auraient eu ni l'occasion de se produire, ni le moyen de laisser des traces permanentes à des étages très différents.

A cet ensemble de faits l'on ne peut guère opposer, en faveur de l'existence d'un noyau solide, que deux arguments d'ordre plutôt mathématique et dont on peut contester la valeur concrète.

Le premier est emprunté à la théorie des marées. Lord Kelvin trouve, par le calcul, qu'une écorce mince et impénétrable, si rigide qu'on la suppose, devrait participer aux déformations périodiques causées dans le fluide interne par les attractions planétaires. Dès lors les marées océaniques ne se manifesteraient plus. L'existence de ces marées exclut donc celle du fluide interne.

Une autre objection, soulevée par G.-H. Darwin, se fonde sur l'existence d'inégalités importantes dans le relief terrestre. Le calcul indique qu'une écorce unie et homogène, supposée d'ailleurs moins rigide que l'acier et moins épaisse que le cinquième du rayon, devrait fléchir sous la surcharge additionnelle des massifs montagneux. Et il semble que cette conséquence s'applique *a fortiori* à la Lune, plus accidentée relativement que la Terre.

La raison invoquée par Lord Kelvin vise plus particulièrement le globe terrestre, où les marées océaniques peuvent être observées. Même dans ce

cas elle n'a de valeur que si l'on résout affirmativement ces deux questions préalables :

1° Les marées du fluide interne ont-elles une amplitude comparable à celle des marées océaniques?

2° En supposant que ces marées se produisent, est-il certain qu'elles doivent altérer la figure de la croûte?

La réponse à la première question doit déjà être regardée comme douteuse, parce que le coefficient de viscosité ou de frottement intérieur est un élément essentiel de l'amplitude des marées. L'expérience seule peut dire si la manière dont on a introduit ce coefficient dans les calculs est conforme à la réalité. Tout le monde sait que le flux de la mer subit communément un retard de plusieurs heures sur le passage de la Lune au méridien. Il est clair, d'autre part, que les matériaux internes, soumis à des pressions démesurées, doivent offrir plus de viscosité que l'eau des mers, et obéir plus lentement aux actions planétaires. Comme celles-ci changent de sens en peu d'heures par suite du mouvement diurne, il est fort possible que leurs effets ne s'accumulent pas, et n'arrivent pas à se traduire par des dénivellations appréciables.

On alléguera peut-être que, dans le cas de la Lune, les marées d'origine terrestre ont dû avoir, à une époque ancienne, une longue période en même temps qu'une grande amplitude. Il n'est pas douteux que leur action a dû provoquer un retard notable dans l'apparition d'une première enveloppe cohérente. Sous l'influence de ces puissantes ondes, la croûte a nécessairement subi, au début, de violentes altérations, livrant passage au fluide interne; mais elle a néanmoins fini par acquérir une grande épaisseur par suite de l'influence incessante du refroidissement et de la contraction des couches superficielles.

Cette manière de voir est confirmée par l'abondance des épanchements superficiels dont notre satellite porte la trace dans toute sa région équatoriale, précisément la plus sujette aux marées. D'autre part, l'existence de niveaux très différents et bien dessinés montre que l'écorce, en devenant plus résistante, acquérait un certain degré d'indépendance vis-à-vis du fluide interne. Elle a pris sa figure stable en laissant, ainsi que nous l'avons indiqué précédemment, aux oscillations du liquide sous-jacent le jeu nécessaire. L'intervalle temporairement formé était occupé par un matelas de gaz à haute pression, assez élastique pour prévenir tout effondrement, de masse trop faible pour troubler la compensation isostatique. Les marées

internes peuvent ainsi se produire sans mettre en danger la conservation de la figure extérieure.

La seconde difficulté, celle qui est suggérée par la considération des masses montagneuses, n'existe pas au même degré pour la Lune, où la pesanteur est six fois moindre que sur la Terre. Mais, en fait, il n'y a pas lieu de s'y arrêter, ni pour notre globe ni pour son satellite, parce qu'elle est la conséquence d'une théorie problématique qui repose tout entière sur l'hypothèse inexacte de l'homogénéité. Du moment que la distribution des matériaux, dans les couches profondes, se montre efficace pour atténuer les variations prévues de la pesanteur, elle doit l'être aussi pour répartir les efforts dans un sens favorable à la conservation du relief. Les excroissances montagneuses contribuent à l'équilibre général, bien loin de le compromettre; elles ne sont pas seulement supportées par la ténacité des parties voisines, mais elles possèdent très probablement, ainsi qu'Airy l'avait déjà suggéré, des racines qui plongent dans un milieu plus dense et leur permettent de flotter.

Il nous semble, en conséquence, que l'étude de notre satellite doit confirmer les géologues dans leur préférence pour la théorie de l'écorce mince, et les convaincre que le passage à l'état solide, encore inachevé pour la Lune, est très loin de son terme pour la Terre.

ASTRONOMIE. — *Présentation de trois Volumes des* Annales de l'Observatoire de Nice. Note de M. **Bassot**.

J'ai l'honneur de présenter à l'Académie les Tomes VIII, IX et X des *Annales de l'Observatoire de Nice*.

Ces trois volumes étaient en cours d'impression lorsque est survenu le décès de M. J. Perrotin, Directeur de l'Observatoire. En lui succédant, je n'ai eu qu'à en surveiller la suite : tout le mérite de leur préparation appartient donc à M. Perrotin, et ils sont publiés sous son nom. M. Bischoffsheim et le Comité de Direction de l'Observatoire ont, en outre, tenu à ce que le premier de ces trois Tomes contînt un hommage à la mémoire de M. Perrotin, et l'on a inséré, en tête de ce Volume, son portrait, ainsi que le discours prononcé à ses obsèques par son collègue, M. Stéphan, Directeur de l'Observatoire de Marseille.

A la suite, se trouve un document dont la publication a une haute im-

portance : c'est l'acte de donation par lequel notre confrère, M. Bischoffsheim, a légué à l'Université de Paris le magnifique établissement qu'il a fondé sur le mont Gros, près de Nice, qu'il a pourvu de merveilleux instruments, qu'il a entretenu depuis son origine et qu'il continue toujours à entretenir, qu'il dote enfin d'une rente perpétuelle pour assurer l'avenir de son fonctionnement. Ce document ne témoigne pas seulement de la générosité de M. Bischoffsheim, qui est bien connue et s'est affirmée maintes fois pour des entreprises scientifiques d'un haut intérêt, mais il met en relief aussi, par ses dispositions, le souci éclairé d'un créateur qui veut maintenir à son œuvre les larges horizons dans lesquels son activité s'est affirmée. Il y a là un exemple pour les futurs bienfaiteurs de la Science.

Le Tome VIII contient en substance : 1° la mesure des différences de longitude entre Nice et deux stations de la Corse, Ile-Rousse et Ajaccio, par MM. Hatt, J. Perrotin et Driencourt; 2° les observations méridiennes faites au grand Cercle Brunner pendant l'année 1895 par MM. Jabely, Simonin et Colomas; 3° les observations méridiennes de la planète Eros et des étoiles de repère, faites au même cercle, en 1900 et 1901, par MM. Simonin, Prim et Colomas; 4° les observations de comètes, petites planètes et la découverte de petites planètes par M. Charlois, à l'équatorial de $0^m,38$; et enfin 5° des occultations d'étoiles par la Lune, aux équatoriaux de $0^m,38$ et $0^m,76$, par M. Prim.

Le Tome IX comprend d'abord un travail de M. Nordmann qui lui a servi de sujet de thèse; dans ce beau Mémoire, M. Nordmann discute les diverses opinions provoquées par les plus récentes observations physiques relatives surtout au Soleil, au magnétisme terrestre et aux nébuleuses : il y adjoint ses recherches et ses idées personnelles.

Dans la seconde Partie de ce Tome figurent les observations méridiennes faites au cercle Brunner, pendant les trois années 1896, 1897 et 1898, par MM. Jabely, Simonin et Colomas.

Enfin le Tome X a trait à la Météorologie et renferme les observations faites au Mont Gros, pendant les années 1896, 1897, 1898, 1899 et 1900.

La publication de ces trois volumes est loin d'avoir épuisé la mise à jour des travaux exécutés à l'Observatoire de Nice sous la direction de Perrotin; il reste encore des matières pour remplir plusieurs volumes nouveaux : c'est dire quelle activité cet éminent astronome a su développer et entretenir dans cet établissement, c'est montrer également les grands services qu'il a rendus à la Science. Combien plus grande eût été sa moisson, s'il n'avait été

enlevé prématurément en plein épanouissement de ses remarquables facultés.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Sur une récente ascension au Vésuve.* Note de M. **J. Janssen**.

Je viens entretenir l'Académie de ma récente ascension au mont Vésuve. Dans cette ascension, j'étais assisté de M. Millochau, aide astronome à l'observatoire de Meudon, dont je m'empresse de louer ici le courage et le dévouement, autant que l'assistance qu'il m'a donnée pour les observations délicates et assez dangereuses que j'avais résolu d'entreprendre.

Ayant accompagné M. Charles Sainte-Claire Deville au volcan de Santorin, en 1867, fait des études sur l'Etna en 1863; aux îles Sandwich, en 1883, où l'éruption du Kilauea fut si violente et si étendue, je tenais à visiter le Vésuve que j'avais déjà étudié anciennement à deux reprises différentes.

Le 14 décembre dernier, nous partîmes à 9^h du matin par le funiculaire qui gravit une partie de la montagne. A la station terminus, je pris une chaise à porteurs pour monter jusqu'au sommet. Au moment où nous arrivons, un grondement intense se produit, il est bientôt suivi d'une projection considérable de lapilli et de bombes volcaniques qui, lancées à plus de 30^m de hauteur, retombent autour de nous; une de ces bombes, de plus de 30^{cm} de diamètre, roule sur les flancs du cône et passe à 4^m environ de ma chaise; une autre plus petite s'arrête sur le pied de M. Millochau qui était à mes côtés et heureusement ne le blesse que très légèrement. Les guides affolés demandaient à redescendre, ce que je ne leur accordai que quand mes observations furent terminées. Ces projections de pierre étaient accompagnées de cendre produisant l'effet d'une fumée noire très épaisse et de vapeur d'eau en grande quantité.

Je fis prendre quelques photographies du cratère pendant les explosions, et recueillir des échantillons de lapilli tombés autour de nous.

Le cratère du Vésuve a la forme d'un cône renversé, à pentes intérieures très escarpées recouvertes d'une cendre fine; l'ouverture du cône peut avoir actuellement 120^m environ de diamètre. Cet entonnoir est presque toujours rempli de vapeurs et de fumées que le vent balaie parfois; c'est alors seulement qu'on aperçoit le fond du cratère; celui-ci est rempli de

couches de lapilli d'où partent des fumerolles qui s'élèvent en serpentant le long des parois internes et dégagent une forte odeur de soufre.

En faisant cette ascension je m'étais proposé, notamment, d'examiner les modifications subies par un rayon solaire qui aurait traversé les vapeurs s'échappant du cratère. Mais le bord de celui-ci dépassant la hauteur du Soleil à midi, l'observation n'était pas possible dans la station que j'avais premièrement choisie. L'ombre du cratère devant tomber, à midi, dans l'attrio del Cavallo en un point appelé *colle Margharita*, je décidai d'y faire porter mes instruments et de m'y faire conduire le surlendemain. Cette résolution donna le temps à M. Millochau de recueillir les gaz du cratère et de diverses fumerolles. Le soir, à chaque poussée explosive, le volcan semblait rejeter des flammes pouvant avoir une trentaine de mètres de hauteur.

Le 15 décembre, M. Matteucci, directeur de l'observatoire du Vésuve, se mit très aimablement à la disposition de M. Millochau. Il le conduisit au bord ouest-nord-ouest du cratère, en un point où un amas de matériaux rejetés par les explosions précédentes était venu s'entasser sur le flanc intérieur du cône. D'une large fissure s'échappait une épaisse fumerolle dont les gaz, venant d'une grande profondeur, devaient nous intéresser. Ces Messieurs se mirent à l'œuvre pour les recueillir.

Des bouteilles remplies de sable fin, attachées à une double corde, furent descendues à 10^{m} de profondeur, vidées dans le cratère, remplies de gaz, puis remontées promptement et bouchées hermétiquement.

Ces opérations étaient assez dangereuses. Une explosion pouvait se produire pendant le travail. Mais ce qui était plus périlleux encore, c'était la prise des gaz de la grande fissure décrite, parce que les amas de matériaux qui la laissaient échapper étaient destinés à un éboulement prochain.

M. Millochau se rendit ensuite à une grande fumerolle, dans l'endroit appelé *piano de fumerolles*, où il préleva une bouteille de gaz. Cette fumerolle paraît composée principalement de vapeur d'eau et n'a aucune odeur spéciale. Quelques échantillons de roches furent recueillis en cet endroit.

Ces Messieurs se rendirent ensuite à l'ancienne bouche de 1895, où persistent des fumerolles peu chaudes semblant contenir une faible quantité de vapeur d'eau, huit tubes de gaz y furent recueillis. On préleva en ce point des échantillons de roches ayant subi l'action de la fumerolle. Puis l'expédition revint à l'hôtel du Vésuve recueillant sur sa route des fragments de laves, des scories et des bombes de diverses époques.

Le vendredi 16, nous partîmes à 8^h du matin pour l'attrio del Cavallo avec les porteurs nécessaires pour le transport de mes instruments.

Un très mauvais sentier nous conduisit jusqu'à 300^m du lieu choisi; obligés bientôt de quitter ce sentier, nos caisses d'instruments furent péniblement transportées à travers les laves, jusqu'à un large champ de scories qui me parut convenable pour l'installation.

Le grand spectroscope à réseau fut rapidement mis en place, ainsi que la lunette de 108^{mm} munie du spectroscope à vision directe de Browning. Je fis prendre les photographies suivantes :

3 épreuves du spectre solaire, le Soleil étant derrière les fumées et vapeurs qui sortaient du cône.

3 épreuves du même spectre, le Soleil commençant à s'écarter un peu des fumées.

2 épreuves de la lumière diffuse du ciel, juste au-dessus du cratère.

6 épreuves de spectres solaires, le Soleil étant assez éloigné du Vésuve, pour que l'action des gaz ne puisse produire aucun effet.

Les observations terminées, les instruments remis dans leurs caisses furent reportés à l'hôtel du Vésuve.

M. Millochau, accompagné de M. Matteucci, partit alors pour la Vallée del Inferno. Ces Messieurs remplirent les tubes vides qui nous restaient, dans une fumerolle provenant des laves de l'éruption de septembre 1904.

Pendant le retour, grâce aux précieux renseignements de M. Matteucci, de nombreux échantillons de scories et de laves de diverses époques purent être recueillis.

Je réserve pour de futures Communications les résultats des études spectroscopiques que je fais exécuter en ce moment, et des analyses des divers matériaux qui ont été recueillis au cours de l'expédition.

Mais je ne veux pas terminer sans remercier ici M. Matteucci de l'assistance si aimable et si précieuse qu'il nous a donnée.

MÉCANIQUE. — *Calcul des ponts en arc et des ponts suspendus.* Note de M. CONSIDÈRE.

La présente Note a pour but de ramener au calcul des poutres droites celui des arcs élastiques isolés ou reliés à des tabliers rigides par des montants verticaux articulés et de longueur sensiblement invariable et le calcul des ponts suspendus à tablier rigide porté par des câbles paraboliques sans haubans inclinés.

Pour ne pas compliquer inutilement on ne parlera que d'arcs, mais tout ce qui suit s'applique aux câbles, en changeant le sens des efforts.

Afin de rester dans le cadre fixé, on se bornera à énoncer les propositions sur lesquelles la méthode est fondée, à indiquer, au moins, les principes de leurs démonstrations et à écrire les formules auxquelles elles conduisent. Dans une publication technique, on donnera la démonstration complète de ces propositions et des exemples d'application.

I. *Dans tout ouvrage de l'un des types définis plus haut et chargé d'une manière quelconque, on peut, sans altérer l'équilibre et sans changer les valeurs ni la répartition des moments de flexion, supposer nulle la rigidité de l'arc, à la condition d'augmenter le moment d'inertie de chaque élément des longerons réels ou fictifs du tablier d'une quantité égale au produit du moment d'inertie de l'élément d'arc compris entre les mêmes verticales par le cosinus de l'angle* O *que cet élément fait avec l'horizontale.*

On démontre cette proposition en établissant d'abord que, par suite de la constance de longueur des montants verticaux qui relient les points de l'arc à ceux du longeron, les flèches que prennent deux éléments correspondants des deux pièces sont proportionnelles aux longueurs de ces éléments. Les courbures, étant proportionnelles au quotient des flèches par les carrés des longueurs, sont par suite inversement proportionnelles aux longueurs des éléments dont le rapport est $\frac{1}{\cos O}$.

Pour que deux pièces produisent le même moment de flexion, il faut et il suffit que leurs moments d'inertie soient inversement proportionnels à leurs courbures. Par suite, la proposition est démontrée.

II. *Tout ouvrage de l'un des types définis peut être remplacé par un longeron horizontal qui aurait un moment d'inertie calculé comme il vient d'être dit et qui serait supporté par un arc dépourvu de rigidité et produisant uniquement des pressions dirigées suivant la ligne des centres de gravité de ses sections. Le moment de flexion qui se développerait en un point quelconque de ce longeron serait égal à la somme des moments qui existent aux points correspondants verticalement dans l'arc et le tablier de l'ouvrage réel.*

C'est une conséquence directe de la proposition précédente.

III. *Les réactions qui s'exercent entre l'arc privé de rigidité et le longeron par l'intermédiaire des montants verticaux, sont réparties sur la longueur de la travée suivant une loi qui ne dépend que du tracé de la fibre moyenne de l'arc et qui est connue. Pour définir les valeurs des réactions qui se produisent en tous les points de la travée, il suffit donc d'en déterminer la somme ou la moyenne.*

Cette proposition est évidente étant donné que les courbures et les inclinaisons de l'arc dont les réactions dépendent exclusivement, ne subissent que des modifications de grandeur relative extrêmement petite sous l'action des charges imposées à l'ouvrage.

IV. *En tout point de l'arc, la pression dirigée suivant la fibre moyenne et, par suite, le raccourcissement de l'unité de longueur d'arc sont égaux à la somme ou à la moyenne des réactions qui pèsent sur l'arc multipliée par des nombres très faciles à calculer par les règles élémentaires de la statique, nombres qui dépendent du tracé de la fibre moyenne de l'arc, des aires de ses sections et du module d'élasticité de la matière dont il est formé.*

Cette proposition est évidente, étant donné que l'arc ne porte pas d'autres charges que les réactions.

V. *Les formules de déformation des poutres droites permettent de calculer, en fonction des charges imposées au longeron et des sous-pressions qui le soulagent, les déplacements verticaux y de tous ces points, les coefficients angulaires des tangentes à sa fibre déformée* $\frac{dy}{dl}$ *et enfin les valeurs de* $\frac{d^2y}{dl^2}$ *qu'il suffit de multiplier par* EI *pour obtenir les moments de flexion.* E *est le module d'élasticité du longeron et* I *la somme de ses moments d'inertie réel et fictif.*

Les formules à employer sont, suivant les cas, celles des poutres encastrées ou posées sur appuis.

VI. *L'invariabilité de longueur des montants crée une relation géométrique entre les raccourcissements de l'arc et les coefficients angulaires* $\frac{dy}{dl}$ *de la fibre déformée du longeron.*

Les inclinaisons de la fibre du longeron modifient les inclinaisons sur l'horizontale des éléments d'arc et, par suite, les longueurs de leurs projections horizontales.

Les raccourcissements des éléments de l'arc ont pour résultat des diminutions de leurs projections horizontales.

Si l'écartement des culées est invariable, la somme de ces modifications doit être nulle.

Si les variations thermiques tendent à modifier la longueur des éléments de l'arc, l'effet qui en résulte équivaut à une modification de l'écartement des culées égale à la dilatation ou contraction tl que les variations thermiques produiraient dans la corde l de l'arc supposée matérialisée et libre de se déformer longitudinalement.

VII. Formules résultant des propositions précédentes.

On appelle : R la somme ou la valeur moyenne des réactions qui existent

entre l'arc et le longeron; P la somme ou la valeur moyenne des charges imposées à l'ouvrage; K le quotient du raccourcissement unitaire à la clef par la valeur de R; i le rapport des sections faites dans l'arc, l'une à la clef, l'autre au milieu de l'élément dl; β et γ les coefficients angulaires de la fibre du longeron sous l'action de charges qui seraient réparties suivant les mêmes lois que les charges P et les réactions R, mais dont la somme ou la moyenne serait égale à l'unité. Des barèmes très simples en donnent les valeurs lorsque la poutre a une section constante.

En écrivant que l'écartement des culées est invariable, on a

$$(1)\qquad R\left[K\int_0^l dl\,\frac{i}{\cos^3 O}-\int_0^l dl\gamma\,\mathrm{tang}\,O\right]=P\int_0^l dl\beta\,\mathrm{tang}\,O.$$

En écrivant que l'écartement des culées varie de tl, on a

$$(2)\qquad R\left[K\int_0^l dl\,\frac{i}{\cos^3 O}-\int_0^l dl\gamma\,\mathrm{tang}\,O\right]=tl.$$

Dans le cas le plus compliqué où i, O ainsi que la répartition des charges varieraient suivant des lois quelconques, on déterminerait approximativement par une méthode graphique les $\int_0^l$ qui figurent dans les équations comme multiplicateurs de R et de P. La résolution algébrique et rigoureuse est très simple dans le cas suivant, qui se réalise souvent en raison des avantages importants qu'il présente au point de vue de l'économie de construction.

La fibre neutre de l'arc a la forme d'une parabole, la seule qui réduise les moments de flexion produits par le poids propre de l'ouvrage à la valeur relativement faible qui résulte du raccourcissement de l'arc. La section de l'arc a une hauteur constante et ses dimensions transversales croissent, à partir de la clef, proportionnellement à la pression normale. Dans ce cas, les réactions ont une valeur uniforme R par mètre courant. Ω représente la section de l'arc à la clef, f est la flèche de la parabole dont l'équation est $y=\frac{p}{2}x^2$. $\mathrm{Tang}\,O=\frac{dy}{dx}=px$. i est égal à $\cos O$.

Dans ces conditions, l'intégration est facile et l'équation (1) devient dans le cas de la charge P uniformément répartie :

$$(3)\qquad R\left[\frac{1}{f\Omega}\left(1+\frac{p^2l^2}{12}\right)+\frac{pl^2}{90I}\right]=P\,\frac{pl^2}{90I}.$$

Pour résoudre le problème dans le cas où la charge P ne recouvre qu'une moitié de la travée, on divise par 2 le second terme et, pour avoir l'effet d'une variation linéaire t, on le remplace par $\frac{8tE}{1000\,l^2}$.

De la valeur de la réaction par mètre R, on déduit la pression totale $\frac{Rl^2}{4f}$ qui agit normalement sur la section de l'arc à la clef et l'on peut tracer très rapidement deux épures représentant, pour tous les points de l'ouvrage, l'une les moments de flexion et l'autre les flèches. Dans ce but, on lit dans un court barème les valeurs des moments et des flèches qui se produisent dans une poutre droite à section uniforme supportant des charges réparties comme les P et comme les R, mais d'intensité égale à l'unité et on les multiplie par P et par R. La somme algébrique des chiffres ainsi obtenus représente, pour chaque point, le moment de flexion et la flèche.

Tout ce qui précède est applicable au cas où les montants verticaux sont en nombre fini, à la condition d'ajouter aux moments de flexion générale ainsi calculés les moments de flexion locale produits par le porte-à-faux des charges placées entre les montants.

La méthode qui vient d'être exposée ne néglige aucun des éléments du problème.

ASTRONOMIE. — *Observations de la comète Borrelly* (1904 *e*), *faites, au grand équatorial de l'Observatoire de Bordeaux, par M.* F. Courty. Note de M. G. Rayet.

Observations de la comète.

Dates. 1905.	Étoiles.	Temps sidéral de Bordeaux.	Δα.	ΔⓅ.
		h m s	m s	′ ″
Janv. 10	*a*	2.29.28,18	+2.18,08	— 2.36,0
18	*b*	5.13.57,77	—1.49,50	+ 4. 7,2

Positions moyennes des étoiles de comparaisons pour 1905,0.

Étoiles.	Autorité.	Asc. droite moyenne.	Réduction au jour.	Distance polaire moyenne.	Réduction au jour.
		h m s	s	° ′ ″	″
a....	A.G. Nicolajew, n° 295	1.28. 6,96	—0,12	90.21.42,5	— 7,6
b....	A.G. Leipzig, II, n° 693	1.45.53,10	—0,06	83.56.21,2	+ 6,5

Positions apparentes de la comète.

Dates. 1905.	Temps moyen de Bordeaux.	Ascension droite apparente.	Log. fact. parallaxe.	Distance polaire apparente.	Log. fact. parallaxe.
	h m s	h m s		° ′ ″	
Janv. 10........	7.10.55,8	1.30.24,92	$+\bar{1},029$	90.19.14,0	−0,798
18........	9.23.31,2	1.44. 3,53	$+\bar{1},527$	84. 0.35,1	−0,765

Nota. — Le 10 janvier, l'aspect de la comète est à peu près le même que le 2 [1]. La nébulosité paraît cependant légèrement moins étendue. L'observation du 18 janvier est très difficile ; la comète étant, sans doute à cause de l'éclairement du Ciel par la Lune, à l'extrême limite de visibilité.

M. Émile Picard, en déposant sur le bureau la seconde édition du Tome II de son *Traité d'Analyse*, s'exprime comme il suit :

J'ai l'honneur de présenter à l'Académie la seconde édition du Tome II de mon *Traité d'Analyse*. Le plan de cette nouvelle édition ne diffère pas de celui de la première; mais, dans plusieurs Chapitres, un assez grand nombre de modifications et d'additions ont été faites. J'indiquerai seulement ici le Chapitre relatif aux théorèmes généraux sur les équations différentielles qui a été complètement remanié, et un Chapitre nouveau ajouté sur la théorie des courbes gauches algébriques.

S. A. S. le Prince Albert de Monaco présente le fascicule XXIII des *Résultats des campagnes scientifiques accomplies sur son yacht par Albert Ier, Prince souverain de Monaco.*

CORRESPONDANCE.

M. le Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts invite l'Académie à lui présenter une liste de candidats à la Chaire d'« Histoire naturelle des corps organisés », vacante au Collège de France par suite du décès de M. *Marey*.

(Renvoi à une Commission composée des Sections de Botanique et de Zoologie.)

[1] *Comptes rendus*, n° 2 (9 janvier 1905).

MM. **Fleig** et **H. de la Vaulx** adressent des remercîments à l'Académie pour les distinctions dont leurs travaux ont été l'objet dans la dernière séance publique.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, dans les pièces imprimées de la Correspondance, les Ouvrages suivants :

1° *Cours de Chimie à l'usage des étudiants du P. C. N.*, par M. R. de Forcrand. Tome II : *Chimie organique. — Chimie analytique.*

2° *Traité des maladies des vins. Description — Étude — Traitement*, par M. L. Semichon.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur les familles de surfaces à trajectoires orthogonales planes.* Note de M. **S. Carrus**.

Soit $f(x, y, z) = \rho$ une famille de surfaces admettant des trajectoires orthogonales planes. On trouve facilement que la fonction $f(x, y, z)$ doit vérifier la relation suivante

$$\begin{vmatrix} f'_x & f'_y & f'_z \\ u'_x & u'_y & u'_z \\ A & B & C \end{vmatrix} = 0,$$

en posant, pour abréger,

$$u(x, y, z) = \tfrac{1}{2}[(f'_x)^2 + (f'_y)^2 + (f'_z)^2],$$
$$A = u''_{x^2} f'_x + u''_{xy} f'_y + u''_{xz} f'_z,$$
$$B = u''_{xy} f'_x + u''_{y^2} f'_y + u''_{yz} f'_z,$$
$$C = u''_{xz} f'_x + u''_{yz} f'_y + u''_{z^2} f'_z.$$

Guidé par certaines analogies, j'ai réussi à mettre ce résultat sous la forme suivante

$$f'_x \varphi'_x + f'_y \varphi'_y + f'_z \varphi'_z = 0,$$

en posant

$$\varphi(x, y, z) = \frac{f'_x u'_y - f'_y u'_x}{f'_x u'_z - f'_z u'_x}.$$

Nous nous bornerons à vérifier rapidement ce fait.

φ'_x se compose en effet de deux parties : une partie dans laquelle on ne

dérivera que f'_x, f'_y, f'_z; une seconde partie dans laquelle on dérivera u'_x, u'_y, u'_z.

De même pour v'_y, v'_z. Dans la somme $\sum f'_x v'_x$, la première partie disparaît. Il reste donc simplement

$$\sum f'_x \left[\left(f'_x \frac{\partial^2 u}{\partial x\, \partial y} - f'_y \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) \mathrm{D} - \left(f'_x \frac{\partial^2 u}{\partial x\, \partial z} - f'_z \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) \mathrm{N} \right],$$

en désignant par N et D le numérateur et le dénominateur de la fonction $v(x, y, z)$. On vérifie que cette somme est identique au déterminant au facteur $-f'_x$ près. Donc :

Théorème. — *La condition pour que la famille de surfaces $f(x, y, z) = \rho$ admette des trajectoires orthogonales planes peut se mettre sous la forme*

$$f'_x v'_x + f'_y v'_y + f'_z v'_z = 0,$$

en posant

$$u(x, y, z) = \frac{1}{2}[(f'_x)^2 + (f'_y)^2 + (f'_z)^2], \qquad v(x, y, z) = \frac{f'_x u'_y - f'_y u'_x}{f'_x u'_z - f'_z u'_x},$$

on en déduit les conséquences suivantes :

Considérons la nouvelle famille de surfaces $v(x, y, z) = \sigma$.

La relation indique qu'en un point quelconque commun aux deux surfaces ρ, σ les deux surfaces se coupent orthogonalement.

Partons d'un point $\mathrm{M}(x_0, y_0, z_0)$. En ce point passent une surface ρ, une surface σ. L'élément de courbe trajectoire passant en ce point, normal à la surface ρ, est donc tangent à la surface σ. La même surface σ passe donc aussi par le point M′ infiniment voisin sur la courbe trajectoire. L'élément de courbe trajectoire passant par M′ sera donc encore tangent à la même surface σ. En d'autres termes :

La même surface σ contient la trajectoire orthogonale tout entière.

Quelle est l'équation du plan de la courbe?

Soit

$$m\mathrm{X} + n\mathrm{Y} + p\mathrm{Z} + q = 0$$

l'équation de ce plan. On a trouvé les conditions

$$mx_0 + ny_0 + pz_0 + q = 0,$$
$$mf'_{x_0} + nf'_{y_0} + pf'_{z_0} = 0,$$
$$mu'_{x_0} + nu'_{y_0} + pu'_{z_0} = 0.$$

L'équation de ce plan est donc

$$P = \begin{vmatrix} X - x_0 & Y - y_0 & Z - z_0 \\ f'_{x_0} & f'_{y_0} & f'_{z_0} \\ u'_{x_0} & u'_{y_0} & u'_{z_0} \end{vmatrix} = 0.$$

Ainsi, si l'on a une famille de surfaces $f(x, y, z) = \rho$; on peut avoir, *sans intégration,* les équations des courbes trajectoires.

Les équations de la courbe trajectoire qui passe par un point x_0, y_0, z_0 sont

$$P = \begin{vmatrix} X - x_0 & Y - y_0 & Z - z_0 \\ f'_{x_0} & f'_{y_0} & f'_{z_0} \\ u'_{x_0} & u'_{y_0} & u'_{z_0} \end{vmatrix} = 0, \qquad \frac{f'_x \dfrac{\partial u}{\partial y} - f'_y \dfrac{\partial u}{\partial x}}{f'_x \dfrac{\partial u}{\partial z} - f'_z \dfrac{\partial u}{\partial x}} = \frac{f'_{x_0} \dfrac{\partial u}{\partial y_0} - f'_{y_0} \dfrac{\partial u}{\partial x_0}}{f'_{x_0} \dfrac{\partial u}{\partial z_0} - f'_{z_0} \dfrac{\partial u}{\partial x_0}}.$$

Comme première conséquence immédiate on voit en particulier que, si la surface est algébrique, les équations des courbes trajectoires le seront aussi.

Chacune des courbes trajectoires rencontre une courbe fixe dont les équations sont

$$\frac{u'_x}{f'_x} = \frac{u'_y}{f'_y} = \frac{u'_z}{f'_z}.$$

Il n'a pas échappé que la fonction $\varphi(x, y, z)$ n'est pas symétriquement formée au moyen des dérivées de f. La dissymétrie disparaît dans la somme $f'_x\varphi'_x + f'_y\varphi'_y + f'_z\varphi'_z$ après suppression du facteur de dissymétrie $\dfrac{f'_x}{(f'_x u'_z - f'_z u'_x)^2}$. Ce résultat est extrêmement heureux.

Il nous permet d'avoir trois formes différentes pour la famille de surfaces $\varphi(x, y, z) = \sigma$ qui renferment les trajectoires orthogonales. On les obtient par permutation des lettres x, y, z.

Soient

$$\varphi(x, y, z) = \sigma, \qquad \psi(x, y, z) = \upsilon, \qquad t(x, y, z) = \tau.$$

Les équations des courbes trajectoires peuvent se mettre sous l'une des formes

$$\begin{matrix} P = 0, & P = 0, & P = 0, \\ \varphi = \varphi_0, & \psi = \psi_0, & t = t_0; \end{matrix}$$

on en déduit cette conséquence extrêmement remarquable :

Les trois surfaces $\varphi = \varphi_0$, $\psi = \psi_0$, $t = t_0$ se coupent suivant une même

courbe *plane* qui est la trajectoire orthogonale passant par le point x_0, y_0, z_0. L'équation du plan a été donnée ci-dessus.

On obtiendra des familles de surfaces à trajectoires orthogonales planes en prenant

$$v = \text{const.};$$

on obtient ainsi une équation aux dérivées partielles du deuxième ordre dont toutes les solutions appartiennent à l'équation aux dérivées partielles du troisième ordre qui régit le problème.

Note sur la Communication précédente, par M. Gaston Darboux.

On peut développer et compléter comme il suit les résultats obtenus par M. Carrus. Soit

$$(1)\qquad f(x, y, z) = \text{const.}$$

l'équation en coordonnées rectangulaires d'une famille de surfaces. Les trajectoires orthogonales seront définies par les équations différentielles

$$dx : dy : dz :: f'_x : f'_y : f'_z,$$

auxquelles on peut, en introduisant une variable auxiliaire t, donner la forme suivante :

$$(2)\qquad \frac{dx}{dt} = f'_x, \qquad \frac{dy}{dt} = f'_y, \qquad \frac{dz}{dt} = f'_z.$$

Si l'on pose

$$(3)\qquad f'^2_x + f'^2_y + f'^2_z = 2u$$

et si l'on introduit le symbole bien connu défini par l'équation

$$(4)\qquad \delta_\alpha \beta = \alpha'_x \beta'_x + \alpha'_y \beta'_y + \alpha'_z \beta'_z = \delta_\beta \alpha,$$

les équations (2), différentiées successivement deux fois par rapport à t, nous donneront les suivantes :

$$(5)\qquad \frac{d^2 x}{dt^2} = u'_x, \qquad \frac{d^2 y}{dt^2} = u'_y, \qquad \frac{d^2 z}{dt^2} = u'_z;$$

$$(6)\qquad \frac{d^3 x}{dt^3} = \delta_f u'_x, \qquad \frac{d^3 y}{dt^3} = \delta_f u'_y, \qquad \frac{d^3 z}{dt^3} = \delta_f u'_z.$$

La condition pour qu'une courbe soit plane s'obtient en égalant à zéro le déterminant

(7)
$$\Omega = \begin{vmatrix} \frac{dx}{dt} & \frac{d^2x}{dt^2} & \frac{d^3x}{dt^3} \\ \frac{dy}{dt} & \frac{d^2y}{dt^2} & \frac{d^3y}{dt^3} \\ \frac{dz}{dt} & \frac{d^2z}{dt^2} & \frac{d^3z}{dt^3} \end{vmatrix};$$

on voit donc que la condition pour que la famille de surfaces admette des trajectoires planes se présentera sous la forme

(8)
$$\Omega = \begin{vmatrix} f'_x & f'_y & f'_z \\ u'_x & u'_y & u'_z \\ \delta_f u'_x & \delta_f u'_y & \delta_f u'_z \end{vmatrix} = 0,$$

obtenue en remplaçant dans l'équation (7) les dérivées de x, y, z relatives à t par leurs valeurs déduites des formules (2), (5) et (6). On se trouve ainsi conduit à l'équation aux dérivées partielles du troisième ordre qui caractérise les surfaces cherchées et qui a servi de point de départ à M. Carrus.

Ce jeune géomètre en a fait connaître des transformations intéressantes. Nous allons les retrouver, en donner de nouvelles, et surtout montrer que l'équation du troisième ordre peut être intégrée une fois au moins, et ramenée à une équation aux dérivées partielles du deuxième ordre seulement.

A cet effet, considérons une famille quelconque de surfaces définie par l'équation (1) et proposons-nous de déterminer, pour un point quelconque de l'espace, de coordonnées x, y, z, le plan osculateur de celle des trajectoires orthogonales des surfaces qui passe en ce point. Si

$$lX + mY + nZ = 1$$

est l'équation de ce plan osculateur, on aura les conditions

(9)
$$\begin{cases} lx + my + nz = 1, \\ l\frac{dx}{dt} + m\frac{dy}{dt} + n\frac{dz}{dt} = 0, \\ l\frac{d^2x}{dt^2} + m\frac{d^2y}{dt^2} + n\frac{d^2z}{dt^2} = 0, \end{cases}$$

qui détermineront l, m, n et donneront les valeurs

$$(10)\quad \begin{cases} l = \dfrac{\dfrac{dy}{dt}\dfrac{d^2z}{dt^2} - \dfrac{dz}{dt}\dfrac{d^2y}{dt^2}}{\mathrm{D}} = \dfrac{f'_y u'_z - f'_z u'_y}{\mathrm{D}}, \\ m = \dfrac{\dfrac{dz}{dt}\dfrac{d^2x}{dt^2} - \dfrac{dx}{dt}\dfrac{d^2z}{dt^2}}{\mathrm{D}} = \dfrac{f'_z u'_x - f'_x u'_z}{\mathrm{D}}, \\ n = \dfrac{\dfrac{dx}{dt}\dfrac{d^2y}{dt^2} - \dfrac{dy}{dt}\dfrac{d^2x}{dt^2}}{\mathrm{D}} = \dfrac{f'_x u'_y - f'_y u'_x}{\mathrm{D}}, \end{cases}$$

D ayant l'une ou l'autre des valeurs suivantes :

$$(11)\quad \mathrm{D} = \begin{vmatrix} x & y & z \\ \dfrac{dx}{dt} & \dfrac{dy}{dt} & \dfrac{dz}{dt} \\ \dfrac{d^2x}{dt^2} & \dfrac{d^2y}{dt^2} & \dfrac{d^2z}{dt^2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & y & z \\ f'_x & f'_y & f'_z \\ u'_x & u'_y & u'_z \end{vmatrix}.$$

Cela posé, si les trajectoires orthogonales doivent être planes, il faudra que l, m, n demeurent les mêmes en tous les points d'une même trajectoire, c'est-à-dire satisfassent aux équations

$$(12)\quad \frac{dl}{dt} = 0, \qquad \frac{dm}{dt} = 0, \qquad \frac{dn}{dt} = 0,$$

ou, si l'on suppose l, m, n exprimées en fonction de x, y, z, aux trois suivantes :

$$(13)\quad \delta_f l = 0, \qquad \delta_f m = 0, \qquad \delta_f n = 0.$$

Voilà donc trois formes différentes de l'équation (8) obtenue plus haut d'où l'on déduit évidemment les suivantes

$$(14)\quad \delta_f\left(\frac{l}{m}\right) = 0, \qquad \delta_f\left(\frac{m}{n}\right) = 0, \qquad \delta_f\left(\frac{n}{l}\right) = 0,$$

qui sont celles obtenues par M. Carrus.

On obtiendra aisément la relation entre l'équation (8) et les formes nouvelles (13) à l'aide des identités telles que la suivante

$$(15)\quad \frac{dl}{dt} = -\frac{y\dfrac{dz}{dt} - z\dfrac{dy}{dt}}{\mathrm{D}^2}\Omega = \frac{zf'_y - yf'_z}{\mathrm{D}^2}\Omega = \delta_f l,$$

que le lecteur vérifiera sans difficulté.

Voici comment on peut intégrer une fois l'équation (8) :

Puisque les trajectoires orthogonales sont planes, les plans de ces courbes forment évidemment un système simplement ou doublement infini. Considérons d'abord le cas où les plans forment une suite simplement infinie et, par conséquent, enveloppant une surface développable. Il y a alors une infinité de trajectoires dans chaque plan tangent de la développable et les surfaces cherchées sont des surfaces moulures dont les profils se trouvent dans les plans tangents de la développable. Écartons cette solution, qui était évidente *a priori,* et supposons que les plans des trajectoires enveloppent une surface non développable. Alors les quantités que nous avons appelées l, m, n devront satisfaire à une relation

$$\mathfrak{F}(l, m, n) = 0, \tag{16}$$

qui sera du second ordre par rapport aux dérivées de $f(x, y, z)$ quand on y remplacera l, m, n par leurs secondes expressions (10) en fonction de x, y, z. *C'est l'intégrale première générale de l'équation du troisième ordre* (8).

Les équations (15) permettent d'ailleurs de vérifier ce résultat avec la dernière précision et conduisent à l'identité

$$\delta_f \mathfrak{F}(l, m, n) = \frac{\Omega}{D^2} \begin{vmatrix} \frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial l} & \frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial m} & \frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial n} \\ f'_x & f'_y & f'_z \\ x & y & z \end{vmatrix}. \tag{17}$$

Il serait facile d'étudier les solutions de l'équation (16) qui annulent le déterminant du second membre; nous donnerons à la fin les résultats de cette étude.

Si l'on veut que la surface enveloppée par les plans tangents des trajectoires se réduise à un point, que l'on prendra pour origine des coordonnées, l'équation (16) se réduira à la forme simple

$$D = \begin{vmatrix} x & y & z \\ f'_x & f'_y & f'_z \\ u'_x & u'_y & u'_z \end{vmatrix} = 0. \tag{18}$$

Ici on pourra évidemment intégrer une fois encore et remplacer l'équation précédente par la suivante

$$2u = f'^2_x + f'^2_y + f'^2_z = \varphi(f, x^2 + y^2 + z^2), \tag{19}$$

qui se rapproche beaucoup, par la forme, de celles que Jacobi a introduites dans la Mécanique analytique [1].

Si l'on voulait que les plans des trajectoires fussent parallèles à une droite fixe, on serait de même conduit, en prenant cette droite pour axe des x, à l'équation du premier ordre

$$f_x'^2 + f_y'^2 + f_z'^2 = \varphi(f, x). \tag{20}$$

On sait intégrer les équations (19) et (20), lorsque f ne figure pas dans leur second membre. On trouvera des applications particulières au Tome II de mes *Leçons sur la théorie des surfaces* (Livre V, Chap. VI et VII).

Revenant au cas général, nous ajouterons la remarque suivante qui nous fournira l'intégration d'une nouvelle équation aux dérivées partielles :

Puisque l'équation aux dérivées partielles du troisième ordre (8) admet l'intégrale première (16), il semble qu'elle pourra être écrite aussi sous la forme

$$\Theta = \begin{vmatrix} l'_x & l'_y & l'_z \\ m'_x & m'_y & m'_z \\ n'_x & n'_y & n'_z \end{vmatrix} = 0, \tag{21}$$

l, m, n étant les fonctions de x, y, z définies par les équations (10). Et, en effet, si l'on multiplie deux fois le déterminant Θ par le déterminant D en tenant compte des relations (9), on trouve l'identité

$$\Theta D^4 = -\Omega \begin{vmatrix} f'_x & f'_y & f'_z \\ u'_x & u'_y & u'_z \\ \delta_f u'_x & \delta_f u'_y & \delta_f u'_z \end{vmatrix} \tag{22}$$

dont le second membre contient, comme il fallait s'y attendre, Ω en facteur. Mais on voit aussi que, en égalant à zéro le second facteur

$$\Omega = \begin{vmatrix} f_x & f'_y & f'_z \\ u'_x & u'_y & u'_z \\ \delta_f u'_x & \delta_f u'_y & \delta_f u'_z \end{vmatrix}, \tag{23}$$

l'équation (21) sera encore vérifiée, c'est-à-dire qu'il existera une relation entre l, m, n sans que les trajectoires orthogonales soient nécessairement

[1] Voir un résultat plus général à la page 79 de mes *Leçons sur les systèmes orthogonaux*.

planes. En essayant d'interpréter géométriquement toutes les équations, on est conduit au résultat suivant :

On sait que, si l'on considère une famille quelconque de surfaces et un point quelconque M de l'espace, l'ensemble des directions MM', pour lesquelles les normales aux surfaces, aux points infiniment voisins M, M', se rencontrent, engendre un cône du second degré. Appelons ce cône : *cône de Malus*. Cela posé :

1° L'équation $\Omega' = 0$ caractérise toutes les familles de surfaces pour lesquelles le cône de Malus se décompose en deux plans pour chaque point de l'espace;

2° On intègre cette équation en prenant la famille la plus générale de surfaces pour laquelle les normales à chaque surface de la famille soient toujours tangentes à une même surface *déterminée*.

Par suite, l'intégrale générale de l'équation $\Omega' = 0$ s'obtiendra en prenant une surface quelconque (Σ) et en déterminant une famille de surfaces telles que, pour chacune de ces surfaces, les normales soient tangentes à (Σ). La solution complète du problème pourra donc être obtenue dès que l'on connaîtra les lignes géodésiques de (Σ). Il nous semble qu'il y a là un exemple intéressant d'intégration complète pour une équation aux dérivées partielles du second ordre à trois variables indépendantes.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'approximation des fonctions par des polynomes dans ses rapports avec la théorie des équations aux dérivées partielles; application au problème de l'état initial en Physique mathématique.* Note de M. A. **Buhl**, présentée par M. Appell.

Je me propose de montrer que, parmi les procédés employés pour développer les fonctions non analytiques en séries de polynomes, ceux qui font appel à des notions d'un caractère transcendant (Borel, *Leçons sur les fonctions de variables réelles*, p. 50) peuvent se rattacher à la théorie de l'analyticité des solutions des équations aux dérivées partielles du second ordre.

En général on a admis en Physique mathématique que, bien qu'on puisse partir dans l'étude d'un phénomène d'un état initial analytique ou non, tout état subséquent était analytique et cette intuition a été confirmée dans des cas très étendus, dès que les travaux de M. Picard et ceux tout récents de M. S. Bernstein (*Mathematische Annalen*, Band LIX, 1904, p. 20) ont

prouvé que beaucoup d'équations ne pouvaient avoir que des solutions analytiques.

Soit maintenant, pour fixer les idées, une équation à deux variables t et x dont on sait qu'une solution $f(x, t)$ est analytique, au moins par rapport à x, pour $t > 0$ et qui se réduit pour $t = 0$ à une fonction de x continue mais pas forcément analytique. Pour t non nul mais aussi petit qu'on voudra $f(x, t)$ restera analytique mais tendra aussi avec telle approximation qu'on voudra vers la fonction non analytique qui la remplace pour $t = 0$.

Voici d'abord comment on peut déduire de là la méthode de développement de Weierstrass (*Journal de Liouville*, 1886, p. 105; E. Borel, *loc. cit.*, p. 51).

Soit l'équation de la propagation de la chaleur par conductibilité

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial z}{\partial t} = 0 \tag{1}$$

et la solution de Cauchy-Fourier, facile à obtenir,

$$\frac{1}{2\pi}\int\int_{-\infty}^{+\infty} f(u) e^{-at^2 + ai(u-x)}\, da\, du$$

qui, pour $t = 0$, se réduit à la fonction non forcément analytique $f(x)$.

Intégrant par rapport à a on a

$$\frac{1}{\sqrt{4\pi y}}\int_{-\infty}^{+\infty} f(u) e^{-\frac{(u-x)^2}{4y}}\, du,$$

ce qui, en posant $4y = k^2$, est l'intégrale $\psi(x, k)$ (E. Borel, *loc. cit.*, p. 52) donnant un développement analytique qui, pour k aussi petit qu'on veut, représente $f(x)$ avec l'approximation qu'on veut.

La méthode de M. Picard (*Traité d'Analyse*, t. I, 2[e] édit., p. 275) revient à remplacer (1) par l'équation de Laplace à deux variables dont on prend la solution

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f(\psi) \frac{1 - r^2}{1 - 2r\cos(\psi - \varphi) + r^2}\, d\psi,$$

se réduisant à $f(\varphi)$ sur le cercle $r = 1$. Comme cette solution est forcément analytique en r et φ (*loc. cit.*, t. II, Chap. I), le raisonnement précédent s'applique encore.

On pourrait varier indéfiniment les exemples et, le problème de la

représentation des fonctions par des polynomes étant susceptible d'une infinité de solutions, ce qui précède permet de se rendre compte de sa vaste indétermination. Ainsi on aurait pu partir d'une équation *quelconque*, d'une de ses solutions analytiques *quelconque* se réduisant à la fonction à représenter sur une courbe *quelconque*.

On peut ajouter aussi qu'il n'est pas nécessaire, comme on a semblé d'abord le croire, que cette fonction soit continue, remarque parfaitement d'accord avec le théorème général de M. Baire.

Revenons maintenant à la Physique mathématique et supposons qu'on ait obtenu une solution analytique d'un problème, c'est-à-dire une représentation d'un état physique, analytique ou non à l'instant initial t_0, mais analytique aux temps postérieurs $t_1, t_2, t_3, \ldots$. On conclut de là inversement que les états aux temps $\ldots, t_3, t_2, t_1$ peuvent tous être considérés comme engendrés par un état physique précédent, mais qu'il n'en est évidemment pas de même en général pour l'état au temps t_0.

Pour qu'il en soit ainsi il faudrait, entre autres conditions, que ce dernier ou plutôt ce premier état soit aussi analytique. Or, s'il n'en est pas ainsi, *on pourra cependant*, d'après les considérations précédentes, *remplacer avec l'approximation qu'on voudra cet état initial par un état analytique qui,* si d'autres conditions sont réalisées, telles par exemple que la conservation du sens de la solution pour $t < t_0$, *pourra dériver d'un état antérieur.*

L'analyticité d'un état initial comme condition d'existence d'un état antérieur est un fait déjà reconnu par M. P. Appell (*Journal de Liouville*, 1892, p. 208) à propos du problème de la propagation de la chaleur par conductibilité.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une surface hyperelliptique*. Note de M. E. Traynard, présentée par M. G. Humbert.

Dans une Note précédente ([1]), j'ai donné l'équation et les propriétés principales d'une surface hyperelliptique du quatrième degré à quatorze points doubles.

Cette surface n'est pas la plus générale de son espèce, car elle ne dépend que de trois paramètres; et, en effet, elle a deux groupes de trois points doubles en ligne droite. *Cette propriété est caractéristique.*

([1]) *Comptes rendus*, 8 février 1904.

Toute surface du quatrième degré à quatorze points doubles, parmi lesquels deux groupes de trois sont en ligne droite, est une surface hyperelliptique dont la représentation est de la forme indiquée.

D'après des résultats obtenus par Kummer [1], parmi les quatorze points doubles de la surface générale, six sont tels que le cône circonscrit (C) ayant pour sommet l'un d'eux se décompose en deux cônes du second degré et deux plans. J'ai démontré que ce sont ces six points qui seuls peuvent se trouver sur deux droites et que, dans ce cas, la trace du cône C sur un plan quelconque a pour équation

$$[y(x-y)+2xz][\lambda y(x-y)+2xz]$$
$$(ax+by+cz)(ax+by+dz)=\mathrm{P}(xyz),$$

où l'on a

$$a^2=4(\mathrm{A}-\mathrm{C})(\mathrm{A}-\mathrm{C}\lambda),\qquad b^2=\mathrm{BD}+4\mathrm{C}^2\lambda,$$
$$b(c+d)=2(\mathrm{B}+\mathrm{D}),\qquad cd=4;$$

A, B, C, D, λ étant des paramètres liés par les relations

$$[\mathrm{A}(\mathrm{B}+\mathrm{D})-\mathrm{BC}(1+\lambda)-4\mathrm{C}^2\lambda]^2-4(\mathrm{A}-\mathrm{C})(\mathrm{A}-\mathrm{C}\lambda)(\mathrm{BD}+4\mathrm{C}^2\lambda)=0,$$
$$\{2\mathrm{A}-\mathrm{C}(1+\lambda)-\mathrm{C}[\mathrm{B}-\mathrm{D}+2\mathrm{C}(1+\lambda)]\}^2(\mathrm{BD}+4\mathrm{C}^2\lambda)$$
$$-(\mathrm{A}-\mathrm{C})(\mathrm{A}-\mathrm{C}\lambda)(\mathrm{B}+\mathrm{D})^2=0.$$

L'équation de la surface considérée peut donc aussi s'écrire

$$\mathrm{Z}^2=f(\mathrm{X},\mathrm{Y}),\qquad f(\mathrm{X},\mathrm{Y})\equiv\mathrm{P}\left(\frac{x}{z},\frac{y}{z},1\right).$$

Le cône circonscrit ayant son sommet en l'un des huit autres points doubles se décompose en général en un cône cubique à arête double et trois plans. Les conditions auxquelles il satisfait dans le cas actuel sont faciles à énoncer géométriquement; leur expression analytique est compliquée.

Enfin ces huit points se partagent en deux groupes de quatre situés chacun dans un plan. Ces deux plans forment, avec les deux plans tangents le long des deux droites contenant les autres points doubles, le tétraèdre de référence auquel la surface est rapportée dans ma première Note.

---

(1) *Abhandlungen der Akademie der Wissenschaften zu Berlin*, 1866, p. 86.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les intégrales de différentielles totales appartenant à une surface irrégulière.* Note de M. G. **Castelnuovo**, présentée par M. Émile Picard.

Les deux méthodes qui ont contribué, séparément jusqu'ici, au développement de la théorie des fonctions algébriques de deux variables indépendantes, ont amené à considérer deux classes de surfaces qui jouissent, à un certain point de vue, de propriétés exceptionnelles. Ce sont, d'un côté, les surfaces douées d'intégrales de différentielles totales de la première et de la seconde espèce, que M. Picard a rencontrées dans ses recherches sur les transcendantes attachées à une surface algébrique; de l'autre côté, les surfaces *irrégulières*, dont le genre géométrique p_g surpasse le genre arithmétique p_a, sur lesquelles Cayley et M. Nöther ont appelé l'attention des géomètres. Les exemples et les propriétés qu'on connaissait de telles surfaces conduisaient à penser que ces deux classes n'étaient pas distinctes; mais on ne savait comment établir des liens entre deux définitions si profondément différentes.

C'est à M. Severi que revient le mérite d'avoir, le premier, découvert ce lien. Il a, en effet, démontré que toute surface possédant des intégrales de différentielles totales de la seconde espèce est irrégulière (*Acc. dei Lincei*, sept. 1904). En outre, M. Picard et M. Severi viennent de démontrer, indépendamment l'un de l'autre, que l'irrégularité $p_g - p_a$ est égale à la différence entre les nombres des intégrales distinctes de la seconde et de la première espèce [1]. Cet important résultat peut être précisé davantage. C'est ce qu'on verra par cette Note, où je profite d'un théorème remarquable que M. Enriques vient d'établir tout dernièrement (Note citée). D'après ce théorème, sur toute surface irrégulière, on peut tracer une série algébrique de courbes, qui n'est pas contenue dans un système linéaire. La surface possède donc, en vertu d'une proposition de M. Humbert (*Journ. de Math.*, 4e série, t. X), des intégrales de différentielles totales de la première espèce. Je parviens à déterminer le nombre de ces intégrales, qui est précisément $p_g - p_a$.

Envisageons une surface algébrique F ayant les genres p_g, p_a, et l'irré-

---

[1] Voir une Note de M. Picard et une Note de M. Enriques parues dans le dernier numéro des *Comptes rendus*.

gularité $d = p_g - p_a > 0$. D'après le théorème cité de M. Enriques, tout système linéaire $|C|$, complet, régulier, de courbes tracé sur F appartient à une série algébrique ∞^d de systèmes linéaires $|C|$, $|C_1|$, ..., n'ayant deux à deux aucune courbe commune. Si r est la dimension de ces systèmes, par r points arbitraires de F passera une courbe C, C_1, ... de chacun desdits systèmes; et ces courbes formeront une série algébrique (non linéaire) ∞^d, que je désignerai par S_d. Les courbes de S_d dépendent algébriquement de d paramètres, ou rationnellement de $d+1$ paramètres $\lambda_0, \lambda_1, \ldots, \lambda_d$, liés par une relation algébrique

$$\varphi(\lambda_0, \lambda_1, \ldots, \lambda_d) = 0.$$

On peut donc dire qu'à tout point λ de la surface ou *variété* φ, à d dimensions, correspond une courbe de S_d, et vice-versa. Or la variété φ jouit d'une propriété extrêmement remarquable : *elle admet un groupe* G_d *transitif* ∞^d *de transformations birationnelles en elle-même, deux à deux permutables.* Une de ces transformations est entièrement déterminée dès qu'on connaît deux points de φ, c'est-à-dire deux courbes A, B du système S_d, qu'on veut faire correspondre; alors toute courbe C de S_d est transformée en une nouvelle courbe C_1 de S_d, telle que l'on ait

$$|C_1| = |C + B - A|.$$

On voit aussi que la variété φ est déterminée, à une transformation birationnelle près, lorsque est donnée la surface F. C'est pourquoi, en ayant égard aux profondes recherches de M. Picard sur les surfaces admettant un groupe de transformations birationnelles en elles-mêmes, je propose d'appeler la variété φ (et le groupe G_d) *la variété* (*ou le groupe*) *de Picard attachée à la surface* F.

D'après un théorème de M. Picard (*Rendiconti del Circolo mathematico di Palermo*, 1895. Voir aussi un Mémoire de M. Painlevé, *Acta Mathematica*, t. XXVII), une variété telle que φ possède d intégrales distinctes de différentielles totales qui, dans le cas actuel, sont de première espèce. Soit $I_m(\lambda)$ une de ces intégrales ($m = 1, 2, \ldots, d$). Si le point λ parcourt une courbe algébrique arbitraire γ tracée sur φ, $I_m(\lambda)$ devient une intégrale abélienne de première espèce de γ. Aux points de γ correspondent sur la surface F ∞^1 courbes du système S_d; par tout point (x, y, z) de F passera un nombre fini, k, de ces courbes, correspondantes aux points $\lambda^{(1)}, \lambda^{(2)}, \ldots, \lambda^{(k)}$ de γ. Formons maintenant la somme :

$$I_m(\lambda^{(1)}) + I_m(\lambda^{(2)}) + \ldots + I_m(\lambda^{(k)}).$$

C'est une fonction $I_m(x, y, z)$ du point (x, y, z) de F, fonction partout finie sur F. C'est donc une intégrale de différentielle totale de la première espèce de F. En attribuant à m les valeurs 1, 2, ..., d on obtient ainsi d intégrales.

Il peut bien se faire vraiment que quelques-unes de ces intégrales (pas toutes) se réduisent à des constantes, ou que les d intégrales ne soient pas indépendantes. Mais on démontre que, si les d intégrales s'expriment linéairement par δ d'entre elles, la variété φ contient une série $\infty^{d-\delta}$ de variétés de Picard V_δ à δ dimensions, dont chacune est transformée en elle-même par les transformations d'un sous-groupe G_δ du groupe de Picard G_d. On reconnaît aussi l'existence sur φ d'une seconde série ∞^δ de variétés de Picard $V_{d-\delta}$, qui se comportent d'une manière analogue par rapport à un second sous-groupe $G_{d-\delta}$. Il suffit alors de remplacer la courbe γ nommée ci-dessus par deux courbes γ_1, γ_2, contenues, l'une dans une des V_δ, l'autre dans une des $V_{d-\delta}$, pour retrouver $\delta + (d - \delta) = d$ intégrales distinctes de F, et δ de ces intégrales possèdent δ systèmes de 2δ périodes; les intégrales restantes ont $d - \delta$ systèmes de $2(d - \delta)$ périodes.

La surface F ne peut d'ailleurs posséder plus de d intégrales distinctes de première espèce. On le voit en s'appuyant sur le théorème cité de M. Picard et de M. Severi; par suite :

Une surface ayant les genres p_g, p_a possède $p_g - p_a$ intégrales distinctes de différentielles totales de première espèce et $2(p_g - p_a)$ intégrales distinctes de seconde espèce. Le continuum réel à quatre dimensions représentant la surface a la connexion linéaire $p_1 = 2(p_g - p_a) + 1$.

On remarquera l'analogie parfaite de ce résultat avec le théorème de Riemann concernant les intégrales abéliennes relatives à une courbe algébrique de genre d. Au point de vue de la connexion linéaire, *une surface ayant l'irrégularité d correspond donc à une courbe de genre d*. Même à la courbe est attachée une variété de Picard à d dimensions, dont les points représentent les séries linéaires complètes, non spéciales, d'un ordre quelconque, appartenant à la courbe (par exemple les groupes de d points de celle-ci).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les équations différentielles linéaires du second ordre renfermant un paramètre.* Note de M. **Tzitzeica**, présentée par M. Émile Picard.

Dans une Thèse présentée à Gœttingue, M. Mason a étudié certains problèmes d'intégration de l'équation

$$(1) \qquad y'' + \lambda A(x) y = 0,$$

déterminés par des conditions aux limites (Randwertaufgaben). Un de ces problèmes avait été auparavant étudié par M. Picard, à l'aide d'une méthode très simple et très suggestive. C'est cette méthode de M. Picard que je veux étendre aux autres problèmes considérés par M. Mason, en me bornant dans cette Communication au problème suivant : *La fonction* $A(x)$ *étant positive dans l'intervalle* (a, b), *et continue ainsi que ses deux premières dérivées, trouver les valeurs de* λ *pour lesquelles l'équation* (1) *admet une intégrale* $y(x)$ *continue ainsi que sa dérivée première dans* (a, b) *et telle que* $y'(a) = 0$, $y'(b) = 0$.

J'emploie pour trouver une première valeur de λ, à savoir celle à laquelle correspond une intégrale $y(x)$ dont la dérivée ne s'annule qu'aux extrémités de l'intervalle (a, t), deux méthodes tout à fait distinctes, basées cependant sur des principes analogues à ceux de M. Picard.

I. Je démontre d'abord que λ doit être positif. Cela étant, je pose

$$(2) \qquad y' = z\sqrt{\lambda A(x)}.$$

On trouve que z vérifie l'équation

$$(3) \qquad z'' + A\left[\lambda - \frac{1}{\sqrt{A}}\left(\frac{1}{\sqrt{A}}\right)''\right] z = 0$$

et que l'on a

$$(4) \qquad y = -\frac{\left[z\sqrt{\lambda A(x)}\right]'}{\lambda A(x)},$$

ce qui prouve que dans les conditions précédentes il y a correspondance univoque entre les intégrales des équations (1) et (3); les formules (2) et (4) définissent bien cette correspondance.

Il résulte de (3) que le problème proposé est impossible pour les valeurs de λ, pour lesquelles $\lambda - \frac{1}{\sqrt{A}}\left(\frac{1}{\sqrt{A}}\right)''$ est constamment négatif dans (a, b).

Soit $\lambda_0 > 0$ une valeur telle que $\lambda_0 - \frac{1}{\sqrt{A}}\left(\frac{1}{\sqrt{A}}\right)''$ soit constamment positive. Calculons la constante c (Picard, *Traité d'Analyse*, t. III) pour l'intervalle (a, t) et avec la fonction $B_0(x) = A\left[\lambda_0 - \frac{1}{\sqrt{A}}\left(\frac{1}{\sqrt{A}}\right)''\right]$. Si l'on a $c = 1$, λ_0 est la valeur cherchée de λ. Si $c \neq 1$, on peut arriver à $c = 1$ de la manière suivante : Supposons, par exemple, $c > 1$; alors si nous faisons décroître, dans $B(x) = A\left[\lambda - \frac{1}{\sqrt{A}}\left(\frac{1}{\sqrt{A}}\right)''\right]$, λ à partir de λ_0, de manière que $B(x)$ reste positif dans (a, b), ce qui est possible ; comme pour $B(x) \equiv 0$ on a $c = 0$, il résulte qu'il y a une valeur λ_1 pour laquelle $c = 1$. L'équation (3) admet pour $\lambda = \lambda_1$ une intégrale $z(x)$ telle que $z(a) = 0$, $z(b) = 0$ et qui ne s'annule pas dans l'intervalle ; par conséquent (1) admet pour $\lambda = \lambda_1$ une intégrale $y(x)$ telle que $y'(a) = y'(b) = 0$ et $y'(x)$ ne s'annule pas dans (a, b).

II. On peut employer une méthode encore plus simple et qui ne demande même pas que les dérivées de $A(x)$ existent. Je démontre de la même manière que M. Picard qu'il y a une valeur λ' de λ pour laquelle (1) a une intégrale $y_1(x)$ telle que $y_1(a) = 0$, $y'_1(b) = 0$, de même une valeur λ'' et une intégrale $y_2(x)$ pour laquelle $y'_2(a) = 0$, $y_2(b) = 0$, $y_1(x)$, $y_2(x)$ ne s'annulant pas dans (a, b). On peut raccorder ces intégrales en un certain point de (a, b) et pour une même valeur de λ, soit $\lambda = \lambda_1$. On aura ainsi une intégrale $y(x)$ de (1) pour $\lambda = \lambda_1$ telle que $y'(a) = y'(b) = 0$ et s'annulant une seule fois entre a et b, dont la dérivée, par conséquent, ne s'annule qu'en a et b.

III. Nous venons de trouver par deux voies une valeur λ_1 de λ pour laquelle (1) admet une intégrale $y(x)$ dont la dérivée ne s'annule qu'aux extrémités de l'intervalle (a, b). Je vais prouver qu'il n'y en a pas d'autres. Supposons qu'il y ait encore la valeur λ_2 et l'intégrale $y_2(x)$. On a

$$(\lambda_2 y_2 y'_1 - \lambda_1 y_1 y'_2)' = (\lambda_1 - \lambda_2) y'_1 y'_2,$$

donc

$$0 = (\lambda_1 - \lambda_2)\int_a^b y'_1 y'_2\, dx,$$

égalité absurde si $\lambda_1 \neq \lambda_2$.

IV. Arrivés là, il est facile d'établir, par un procédé géométrique tout à fait semblable à celui de M. Picard, qu'il y a une suite de valeurs de λ pour lesquelles on a des intégrales dont les dérivées s'annulent non seulement en a et b, mais aussi dans un certain nombre de points intermédiaires.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un théorème de M. Borel.* Note de M. F. Riesz, présentée par M. E. Picard.

I. Le théorème de M. Borel, qu'un ensemble dénombrable d'intervalles, tel que chaque point d'un intervalle ab est intérieur au moins à un inter-

valle de l'ensemble, contient un ensemble fini d'intervalles jouissant de la même propriété, peut être énoncé sous une forme plus générale, en laissant à part la restriction de la dénombrabilité de l'ensemble. Sous cette nouvelle forme, le théorème sert de base commune à plusieurs théorèmes principaux de la théorie des fonctions de variables réelles.

Pour démontrer le théorème, soit c un point de l'intervalle ab tel que pour l'intervalle ac il y ait un ensemble fini, partie de l'ensemble infini d'intervalles, tel que chaque point de l'intervalle ac soit intérieur au moins à un intervalle de l'ensemble fini. c étant un tel point, chaque point de l'intervalle ac l'est aussi; de même chaque point intérieur à un intervalle de l'ensemble, auquel le point c est aussi intérieur. Le point a lui-même étant intérieur à un intervalle, chaque point intérieur en même temps à cet intervalle et à l'intervalle ab pourra servir de point c. Nier le théorème, ce serait affirmer que, dans certains cas, il y aurait des points de l'intervalle ab, n'appartenant pas à la classe des points c. Or, ces points formeraient une seconde classe et les deux classes définiraient une coupure, dans le sens de M. Dedekind, ayant pour point limite un point p de l'intervalle ab. Donc, il y aurait un intervalle de l'ensemble, auquel le point p serait intérieur; cet intervalle contiendrait des points de chacune des classes, résultat qui serait absurde.

Applications. — 1. Le théorème de Weierstrass, que pour chaque fonction bornée définie dans un intervalle ab il y a au moins une valeur de l'argument telle que pour chaque intervalle interceptant cette valeur la limite supérieure de la fonction sera la même que pour tout l'intervalle ab, résulte immédiatement de notre théorème; parce que, s'il n'en était pas ainsi, chaque valeur de l'argument serait intérieure à un intervalle, dans lequel la limite supérieure serait inférieure à celle dans l'intervalle ab; alors il y aurait un ensemble fini d'intervalles, recouvrant tout l'intervalle ab, tels que dans chacun d'eux la limite supérieure serait inférieure à celle dans tout l'intervalle, ce qui serait absurde.

2. Pour démontrer le théorème bien connu que chaque fonction continue est uniformément continue, on déterminera autour de chaque valeur de l'argument un intervalle pour lequel l'oscillation soit plus petite que le nombre donné ε. L'ensemble de ces intervalles contiendra un ensemble fini d'intervalles, tel que chaque point de l'intervalle ab sera intérieur au moins à un intervalle de cet ensemble fini. Ces intervalles auront des parties communes; soit δ la longueur de la plus petite de ces parties. Alors, dans tout intervalle inférieur à δ l'oscillation sera inférieure à ε.

II. Autour de chaque point de l'ensemble complémentaire d'un ensemble fermé contenu dans l'intervalle ab, on peut déterminer un intervalle ne contenant aucun point de l'ensemble fermé. De là il suit que notre théo-

rème et ses conséquences restent vrais, si l'on substitue à l'intervalle *ab* un ensemble fermé quelconque.

Le théorème peut être généralisé pour des dimensions quelconques. En raisonnant de n à $n+1$, on le démontrera d'abord pour un ensemble fermé de points et pour un ensemble de domaines par exemple rectangulaires, chaque point de l'ensemble fermé étant intérieur au moins à un des domaines. De là, on passera aisément à un ensemble de domaines quelconques. (On appellera *domaine* chaque ensemble d'un seul tenant, dont aucun point n'est point limite de l'ensemble complémentaire). On énoncera alors le théorème :

Un ensemble de domaines tel que chaque point d'un ensemble fermé de points est intérieur au moins à un domaine de l'ensemble, contient toujours un ensemble fini de domaines jouissant de la même propriété.

De là on déduit aisément que, si pour un domaine D il y a un ensemble Δ de domaines tel que chaque point intérieur à D l'est aussi au moins à un domaine de Δ, l'ensemble Δ contiendra un ensemble *dénombrable* de domaines, jouissant de la même propriété. En outre, ce théorème rendra des services dans la théorie du prolongement analytique.

MÉCANIQUE. — *Sur la déviation des graves vers le sud et sur la courbure des lignes de force.* Note de M. **Maurice Fouché**, présentée par M. H. Poincaré.

Dans la séance du 2 janvier, M. de Sparre a communiqué à l'Académie des formules relatives à la déviation des graves. Comme je me suis occupé autrefois de la question et que je trouve des résultats différents, je demande à l'Académie la permission d'y revenir.

M. de Saint-Germain (*Nouvelles Annales de Mathématiques*, 1883) et M. de la Fresnaye se sont déjà inquiétés de l'effet de la courbure des lignes de force. Le travail de M. de la Fresnaye a fait l'objet, à la Société astronomique de France, d'un rapport de M. Caspari (*Bulletin de la Société astronomique de France*, 1903, p. 175 et seq.).

Le mouvement relatif du mobile est déterminé par trois forces : 1° l'attraction ; 2° la force centrifuge ; 3° la force centrifuge composée. Comme les deux premières se composent pour former le *poids* du corps, il suffira de considérer le champ de la pesanteur et la force centrifuge composée. On traitera comme des infiniment petits : 1° la vitesse angulaire ω du globe terrestre ; 2° la hauteur h et, par suite, la durée de la chute.

Pour calculer l'effet de la force centrifuge composée, on peut procéder par approximations successives et déterminer la composante nord-sud de cette force au moyen de la vitesse ouest-est du mobile, calculée en négligeant la seconde puissance de ω. On trouve ainsi une déviation vers le sud indiquée par la formule connue

$$\frac{1}{6}\omega^2 \sin\lambda \cos\lambda \, g t^4 \qquad (\lambda \text{ latitude, } t \text{ temps}).$$

Il est inutile, dans ce calcul, de tenir compte de la variation de g, puisque cette variation ne donnerait dans le résultat que des accroissements infiniment petits d'ordre supérieur.

Pour déterminer l'effet de la variation de la direction du poids, je décompose, à chaque instant, le poids en deux composantes, l'une suivant la verticale du point de départ, l'autre perpendiculaire à celle-là et contenue comme le poids dans le plan méridien. C'est cette deuxième composante qui est la force déviatrice. Soit ρ le rayon de courbure de la ligne de force qu'on peut supposer constant. Quand le mobile sera descendu d'une hauteur z, la direction du poids aura tourné d'un angle $\frac{z}{\rho}$, et la force déviatrice agissant sur une masse égale à l'unité sera

$$\frac{gz}{\rho}.$$

On n'altère cette valeur que d'une quantité infiniment petite si l'on suppose g constante, et z égale à $\frac{1}{2}gt^2$. On a alors, pour la déviation δ,

$$\frac{}{dt^2} = \frac{1}{2}\frac{g^2}{\rho}t^2,$$

d'où, par deux intégrations successives,

$$\delta = \frac{1}{24}\frac{g^2}{\rho}t^4 = \frac{1}{6}\frac{h^2}{\rho},$$

formule qui s'accorde avec celles de MM. de Saint-Germain et de la Fresnaye.

Pour déterminer ρ, je vais montrer que le rayon de courbure des lignes de force ne dépend que de la distribution des forces sur une surface de niveau, et nullement de la variation de la force suivant sa direction. Soit V

le potentiel; les paramètres directeurs de la force F sont

$$\frac{\partial V}{\partial x}, \quad \frac{\partial V}{\partial y}, \quad \frac{\partial V}{\partial z}.$$

Si l'on s'avance, dans la direction de la force, d'une longueur dn, on aura

$$dx = \frac{1}{F}\frac{\partial V}{\partial x}dn, \qquad dy = \frac{1}{F}\frac{\partial V}{\partial y}dn, \qquad dz = \frac{1}{F}\frac{\partial V}{\partial z}dn,$$

et le premier paramètre devient

$$\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{1}{F}\left(\frac{\partial V}{\partial x}\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial V}{\partial y}\frac{\partial^2 V}{\partial x\,\partial y} + \frac{\partial V}{\partial z}\frac{\partial^2 V}{\partial x\,\partial z}\right)dn$$

ou

$$\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial x}dn.$$

L'angle de contingence $d\varepsilon$ est alors donné par la formule

$$d\varepsilon^2 = \frac{1}{F^4}\left[\left(\frac{\partial V}{\partial y}\frac{\partial F}{\partial z} - \frac{\partial V}{\partial z}\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial z}\frac{\partial F}{\partial x} - \frac{\partial V}{\partial x}\frac{\partial F}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial x}\frac{\partial F}{\partial y} - \frac{\partial V}{\partial y}\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2\right]dn^2.$$

Si maintenant l'on suppose que l'on ait pris l'origine au point considéré, et les axes Ox, Oy, dans le plan tangent à la surface de niveau, on aura

$$\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{\partial V}{\partial y} = 0, \qquad \frac{\partial V}{\partial z} = F,$$

et, pour le rayon de courbure,

$$\frac{1}{\rho^2} = \frac{1}{F^2}\left[\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2\right].$$

Le crochet est un invariant, et l'on peut supposer les axes dirigés suivant les lignes de courbure de la surface de niveau.

Si celle-ci est de révolution, l'un des deux termes sera nul. Soit λ l'angle de la tangente à la méridienne avec une direction fixe, et R le rayon de courbure de cette méridienne; il viendra simplement

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{RF}\frac{\partial F}{\partial \lambda}.$$

Quant au sens, la concavité est dirigée du côté où la force décroît.

Sur la terre, il suffira de remplacer F par g. λ sera la latitude, et $\frac{dg}{d\lambda}$ est

donné par la formule de Clairaut

$$\frac{dg}{d\lambda} = 0^{m},050 \sin\lambda \cos\lambda.$$

Donc

$$\frac{1}{\rho} = \frac{0,050}{gR} \sin\lambda \cos\lambda$$

et

$$\delta = \frac{0,050}{24R} \sin\lambda \cos\lambda\, gt^4.$$

Cette déviation, dirigée vers le sud, est la même soit qu'on laisse tomber le corps d'un lieu élevé, soit qu'on l'abandonne dans un puits de mine. Elle est un peu plus petite que la moitié de celle qui est due à la force centrifuge composée et doit lui être ajoutée.

Il est bien entendu qu'en pratique ces formules sont illusoires, non seulement à cause de la petitesse du résultat, mais encore parce que les attractions locales peuvent altérer considérablement la valeur de ρ.

ÉLECTROMAGNÉTISME. — *Champ magnétique auquel est soumis un corps en mouvement dans un champ électrique.* Note de M. **H. Pellat**, présentée par M. Poincaré.

Un corps animé d'une grande vitesse V *dans un champ électrique d'intensité* Φ *est soumis par là même à un champ magnétique dont la direction est normale au plan contenant la direction de la vitesse et celle du champ électrique, dont le sens est la droite d'un observateur disposé de façon que le mouvement aille de ses pieds à sa tête et qui regarderait dans le sens du champ électrique, et dont l'intensité est donnée par*

(1) $$\mathcal{H} = K\Phi V \sin\alpha,$$

en appelant α *l'angle de la vitesse et du champ électrique et* K *le pouvoir inducteur spécifique du milieu, cette relation étant exacte dans l'un et l'autre système d'unités électriques.*

Pour établir cette proposition, considérons un condensateur à armatures planes parallèles et indéfinies, chargé et présentant une densité uniforme σ sur ses faces en regard. Pour la commodité du langage, prenons ces armatures verticales. Supposons qu'elles se déplacent, en emportant leur charge, avec une grande vitesse V, dans leur propre plan, suivant une direction horizontale. Pour tout point fixe placé entre les

armatures, il en résultera un champ magnétique, car chaque bande horizontale des armatures en mouvement produit l'effet d'un courant électrique; il est facile de voir que les deux armatures produisent des champs magnétiques de même sens, que le champ magnétique résultant est uniforme, que sa direction est verticale, son sens donné par la règle d'Ampère et son intensité par

$$\mathcal{H} = 4\pi\sigma V. \tag{2}$$

Si nous supposions maintenant un déplacement des armatures dans une direction normale à celles-ci, les considérations de symétrie montrent immédiatement que le champ magnétique en P serait nul. On déduit de ce qui précède que, si le déplacement des armatures a lieu dans une direction faisant un angle α avec les lignes de force du champ électrique et une vitesse V, l'intensité du champ magnétique est donnée par

$$\mathcal{H} = 4\pi\sigma V \sin\alpha. \tag{3}$$

La relation entre l'intensité Φ du champ électrique et la densité σ sur les armatures est $K\Phi = 4\pi\sigma$; en remplaçant il vient

$$\mathcal{H} = K\Phi V \sin\alpha. \tag{4}$$

Remarquons maintenant que, en vertu du principe *d'action de milieu,* l'effet sera le même si le point P considéré a le même mouvement relatif par rapport aux lignes de force d'un champ électrique de même intensité, quelle que soit la manière dont ce champ électrique est obtenu et quelle que soit la manière dont le mouvement relatif est produit. En particulier, si les lignes de force du champ électrique sont immobiles et le point P en mouvement, il se produira pour ce point (portion d'un aimant, d'un solénoïde, d'un courant) un champ magnétique conformément à l'énoncé qui est en tête de cette Note.

On voit que la relation (1) a même forme que la relation qui donne l'intensité du champ électrique agissant sur un point mobile dont la trajectoire coupe sous un angle α les lignes de force d'un champ magnétique : il n'y a qu'à permuter $\mathcal{H}$ et Φ et à changer K en μ (perméabilité magnétique) dans les formules, à permuter « magnétique » et « électrique » dans l'énoncé et à changer « droite » en « gauche ». Ainsi le phénomène dont la la loi est donnée en tête de cet article est le phénomène réciproque de l'induction électromagnétique.

Si, dans la relation (1), nous employons les unités électromagnétiques, on a $K = \frac{k}{U^2}$, en désignant par k la constante diélectrique du milieu (l'unité dans le cas du vide) et par U le rapport des unités ($U = 3 \times 10^{10}$); de façon que la relation devient

$$\mathcal{H} = \frac{k\Phi V \sin\alpha}{U^2}. \tag{5}$$

Il n'est pas difficile d'obtenir pour $\frac{\Phi}{U}$ une valeur de plusieurs unités; mais pour que $\mathcal{K}$ soit notable, il faut encore que $\frac{V}{U}$ ne soit pas trop inférieur à l'unité, c'est-à-dire que V ne soit pas trop éloigné de la vitesse de la lumière. Ce ne sont guère que les corpuscules lancés par une cathode ou par un corps radioactif qui peuvent être dans ce cas.

M. Villard a montré (¹) que les rayons magnéto-cathodiques découverts par M. A. Broca subissent une déviation en coupant les lignes de force d'un champ électrique. M. Fortin (²) a donné de ce phénomène une explication simple et excellente, si l'on admet que ces rayons sont formés par les mêmes corpuscules que les rayons cathodiques ordinaires; dans ce cas, le phénomène que nous venons d'exposer ne donne naissance qu'à un terme correctif pour la formule de déviation établie par M. Fortin. Mais si, conformément à une expérience de M. Villard, les rayons magnéto-cathodiques ne transportent avec eux qu'une charge plus faible que celle des rayons cathodiques, l'explication de M. Fortin ne convient plus. Peut-être, peut-on alors expliquer le phénomène de la déviation rien que par la composition du champ magnétique produit par le mouvement dans le champ électrique de ce qui constitue les rayons magnéto-cathodiques avec le champ magnétique préexistant (celui de l'électro-aimant) : ces deux champs magnétiques, à angle droit, donnent par leur composition un champ oblique que doit suivre le rayon magnéto-cathodique, d'après sa propriété fondamentale. Le sens de la déviation due à cette cause est bien conforme à celui trouvé par M. Villard. Quant à l'ordre de grandeur, il faudrait connaître les intensités des champs électriques et magnétiques employés par ce physicien pour voir si l'explication ne nécessite pas des valeurs trop grandes pour la vitesse des rayons magnéto-cathodiques. Tout ce que l'on peut dire, c'est qu'avec des intensités de champ facilement réalisables et des vitesses d'un ordre de grandeur très acceptable, on obtiendrait de ce chef des déviations non seulement visibles, mais bien mesurables.

(¹) Villard, *Comptes rendus*, t. CXXXVIII, 1904, p. 1408.
(²) Fortin, *Ibid.*, p. 1594.

PHYSIQUE. — *Sur les ions de l'atmosphère*. Note de M. **P. Langevin**, présentée par M. Mascart.

I. Les travaux de MM. Elster et Geitel d'une part, C.-T.-R. Wilson d'autre part, ont démontré la présence permanente dans l'atmosphère d'ions des deux signes, identiques à ceux que produisent les rayons de Röntgen et dus à l'action des substances radioactives dont l'existence constante en petite quantité dans l'air est expérimentalement établie.

La détermination du nombre de ces ions et de la conductibilité qu'ils communiquent à l'air est de première importance pour la météorologie, tant au point de vue des phénomènes de condensation de la vapeur d'eau, de l'origine des pluies et des orages, de la cause du champ électrique terrestre, qu'au point de vue des variations du champ magnétique dues, en partie au moins, aux courants que produit le déplacement des ions sous l'action du champ électrique ou des mouvements d'ensemble de l'atmosphère.

II. Aussi des recherches systématiques dans ce sens sont-elles effectuées depuis deux ans, principalement en Allemagne, par deux procédés distincts.

L'un, dû à MM. Elster et Geitel, consiste à suivre la déperdition électrique dans l'air d'un cylindre chargé relié à un électroscope d'Exner; malheureusement, s'il a l'avantage de la simplicité, sa signification théorique est incertaine.

L'autre procédé, de signification plus précise, est dû à M. Ebert et consiste à mesurer les quantités d'électricité des deux signes disponibles dans un volume connu d'air, c'est-à-dire une grandeur proportionnelle au nombre des ions présents, l'expérience ayant montré que ceux-ci portent tous la même charge en valeur absolue, égale à $3{,}4 \times 10^{-10}$ unité électrostatique.

L'air passe à cet effet sous l'action d'un aspirateur dans un condensateur cylindrique chargé dont l'armature intérieure communique avec un électroscope dont la cage est reliée à l'armature extérieure. Si le condensateur est assez long et le champ assez intense pour qu'on soit certain de recueillir tous les ions d'un signe déterminé sur l'électrode intérieure, la déperdition mesurée à l'électroscope est proportionnelle au nombre de ceux-ci.

III. J'ai commencé, avec l'aide de M. Moulin, depuis le mois de mai dernier, au sommet de la Tour Eiffel, des expériences de ce genre dont je donnerai ultérieurement les résultats et qui m'ont conduit à préciser la signification des mesures ainsi faites.

Il était en effet important de s'assurer, par des procédés électrométriques

de laboratoire, dans quelles limites on peut admettre que les mesures faites avec l'appareil d'Ebert donnent bien *tous* les ions présents dans l'air qui passe, toutes les charges électriques disponibles. *On va voir qu'il en est autrement, dans une proportion tout à fait inattendue.*

J'ai utilisé dans ce but une méthode de courant gazeux (¹) sous une forme qui *permet d'étudier la répartition des ions contenus dans un gaz entre les diverses mobilités,* problème important en pareille matière.

Soit p la densité par unité de volume du gaz des charges portées par les ions d'un signe déterminé; ceux dont la mobilité est comprise entre k et $k+dk$ correspondent à une densité élémentaire :

$$dp = f(k)\,dk,$$

et le problème de la répartition consiste à déterminer la fonction $f(k)$ pour toutes les valeurs de la variable.

Pour résoudre ce problème, faisons passer le gaz sous le débit U dans un condensateur cylindrique de capacité C chargé par une batterie d'accumulateurs de force électromotrice V dans un sens tel que l'électrode intérieure E recueille les ions du signe considéré. Si la saturation est atteinte pour les ions de mobilité k, c'est-à-dire si tous ces ions sont recueillis par E, le courant correspondant sur celle-ci sera

$$d\mathrm{I} = \mathrm{U}\,dp = \mathrm{U}\,f(k)\,dk.$$

Mais les ions de mobilité assez faible pour que la saturation ne soit pas atteinte donneront seulement :

$$\frac{di}{d\mathrm{I}} = k\frac{4\pi\mathrm{CV}}{\mathrm{U}} = kx, \qquad \text{si} \qquad x = \frac{4\pi\mathrm{C}}{\mathrm{U}}\mathrm{V},$$

ce qui suppose, puisque di ne peut être supérieur à $d\mathrm{I}$, que k est inférieur à $\frac{1}{x}$; pour k supérieur à cette limite, la saturation est atteinte et di est égal à $d\mathrm{I}$.

Le courant total i recueilli par E sous la différence de potentiel V est donc donné par

$$(1) \qquad i = \mathrm{U}x\int_0^{\frac{1}{x}} k\,f(k)\,dk + \mathrm{U}\int_{\frac{1}{x}}^{\infty} f(k)\,dk,$$

i est une fonction de x que l'on peut obtenir expérimentalement en mesurant, au

(¹) On trouvera dans le travail de M. E. Bloch (*Ann. de Chimie et de Physique,* janvier 1905, p. 65 à 71) l'exposition que j'ai donnée de ces méthodes au Collège de France en 1903-1904.

moyen d'un électromètre relié à E, le courant i qui correspond à différentes valeurs de V et en construisant une courbe S avec i en ordonnées et en abscisses la quantité x proportionnelle à V.

Cette courbe expérimentale permet de déterminer la fonction $f(k)$. La relation (1) donne facilement, en effet,

$$\frac{di}{dx} = \mathrm{U}\int_0^{\frac{1}{x}} k f(k)\, dk, \qquad \frac{d^2 i}{dx^2} = -\frac{\mathrm{U}}{x^3} f\left(\frac{1}{x}\right),$$

donc

$$f\left(\frac{1}{x}\right) = -\frac{x^3}{\mathrm{U}}\frac{d^2 i}{dx^2}.$$

On déduit de là *qu'il existe dans le gaz des ions de mobilité k, seulement si la courbe expérimentale* S *présente une courbure au point d'abscisse* $x = \frac{1}{k}$. Les mobilités des ions présents dans le gaz correspondent aux régions incurvées de S et $f(k)$ peut se déduire de la mesure de cette courbure.

En appliquant cette méthode à l'air atmosphérique, j'ai obtenu seulement deux régions de forte courbure : l'une correspondant aux ions ordinaires, de mobilité égale à environ 1^{c},5 *pour un volt par centimètre, l'autre à des ions de mobilités plusieurs milliers de fois plus faibles* ($k = \frac{1}{3000}$ environ), *de même ordre que celles observées par M. Townsend dans les gaz récemment préparés et par M. Bloch pour les ions du phosphore.*

Un point essentiel est que, dans les conditions où j'ai opéré, au niveau du sol, *la quantité totale d'électricité portée par ces derniers ions peut être cinquante fois plus grande que celle portée par les ions ordinaires et seule mesurée dans l'appareil d'Ebert.*

Je crois donc important d'appeler l'attention des physiciens qui s'occupent d'électricité atmosphérique sur l'existence de ces centres chargés, beaucoup plus nombreux en général que les ions ordinaires. Je reviendrai sur leur origine probable et sur leur rôle.

PHYSIQUE. — *Contribution à l'étude de l'ionisation dans les flammes.* Note de M. Pierre Massoulier, présentée par M. J. Violle.

I. La conductibilité des flammes doit être attribuée à la présence d'ions dont on a pu mesurer les mobilités, très variables avec le signe de la charge de l'ion et avec la température. Cependant un des caractères essentiels de la conductibilité produite par les ions dans les gaz, l'existence d'un

courant de saturation, ne s'observe pas ici de manière complète : le courant i augmente, en général, moins vite que la différence de potentiel v appliquée aux électrodes sans cependant devenir indépendant de celle-ci. La cause de cette absence de saturation est la grande densité en volume des ions présents qui produit une déformation considérable du champ et localise celui-ci presque entièrement au voisinage de la cathode quand les électrodes sont également chaudes, alors que la saturation ne s'observe que quand le champ reste approximativement uniforme.

Pour des différences de potentiel suffisamment élevées on peut même observer un relèvement de la courbe qui relie i à v analogue à celui que M. Townsend (1) a obtenu dans les phénomènes qui précèdent la décharge disruptive, à partir du moment où l'ionisation par les chocs commence à se produire. La courbe, d'abord concave vers l'axe des v, présente alors un point d'inflexion plus ou moins étalé et à tangente inclinée, l'ionisation par les chocs se produisant avant que la saturation puisse être atteinte. De telles courbes ont été obtenues avec des flammes de gaz par F.-L. Tufts et J. Stark (2) et j'en ai moi-même retrouvé de semblables, avec les mêmes flammes, mais dans des conditions très différentes et sans avoir eu connaissance de ces travaux.

II. En remplaçant le gaz d'éclairage par de la vapeur d'éther, j'ai pu obtenir des flammes beaucoup moins chaudes dans lesquelles les électrodes de platine de $2^{\text{cm}^2},8$ de surface, à 2^{mm} l'une de l'autre, peuvent rester sombres ou au rouge à peine visible. J'ai pu appliquer dans ces conditions des différences de potentiel de 880^{volts}, ce qui correspond à des champs moyens de 4400^{volts} par centimètre, sans cesser d'obtenir des courbes dont l'allure est nettement parabolique. Voici par exemple les données de l'une de ces courbes ; une division de l'échelle galvanométrique représente 3×10^{-8} ampère :

Voltages.....	88^{volts}	2×88	4×88	6×88	8×88	10×88
Déviations...	36	78	128	158	181	200

Ces résultats sont conformes à ce que permet de prévoir la théorie dans l'hypothèse où la conductibilité serait uniquement due à une ionisation en volume se produisant dans le corps de la flamme sous l'action de la température élevée ou des réactions chimiques, indépendamment de la présence des électrodes.

Pour retrouver par le calcul des courbes de saturation d'allure parabolique, il suffit en effet d'admettre, comme l'a montré M. P. Langevin (3), qu'en raison de l'agitation

(1) *Phil. Mag.*, 1901, t. I, p. 198.
(2) *Phys. Zeitschrift*, 1er mai 1904.
(3) *Ann. de Chim. et de Phys.*, t. XXVIII, 1903, p. 443.

thermique élevée le rapport ε du nombre des recombinaisons au nombre des collisions est très faible.

III. Ainsi, contrairement à l'opinion émise par divers auteurs [1], les électrodes, au moins dans les conditions de mes expériences, ne jouent qu'un rôle secondaire; et cela résulte encore nettement de l'expérience suivante : Si l'on emploie au début une grande proportion de vapeur d'éther et si on la fait tendre progressivement vers zéro, la flamme, d'abord grande et blanche, bleuit en se raccourcissant, présente un cône vert, puis bleu et finalement s'éteint. En même temps les électrodes passent du rouge très sombre au jaune clair, puis au rouge et au noir. Si l'on maintient entre elles une différence de potentiel constante, 880^{volts} par exemple, l'intensité du courant varie comme l'indique le Tableau suivant :

		Courant.
Électrodes	rouge sombre	190
—	rouge clair............	150
—	jaune.................	de 120 à 50
—	rouge clair............	15
—	rouge sombre	2

Or les électrodes étant larges, épaisses et très rapprochées, leur température est très approximativement celle du gaz compris entre elles, de sorte que le courant obtenu paraît dépendre de tout autre chose que de la température. Cette température aurait, au contraire, une influence énorme et bien connue si les électrodes jouaient le rôle essentiel.

IV. Si l'on considère comme établi que le courant est dû à une ionisation ayant son siège dans toute la flamme, on peut se demander encore si la cause de cette ionisation doit être cherchée dans les phénomènes chimiques qui s'accomplissent au sein de la flamme ou seulement dans une élévation de température qui serait suffisante pour provoquer la dissociation corpusculaire de certaines molécules. Les remarques suivantes, étudiées de plus près, permettront peut-être de jeter quelque lumière sur ce point :

a. Quand la flamme présente un cône vert, dès que ce cône arrive entre les électrodes ou les touche, l'intensité du courant augmente beaucoup, quoique, dans certains cas, une portion au moins des électrodes perde de son éclat.

b. Quand on supprime l'arrivée de l'éther, au moment où la vitesse d'inflammation du mélange devient plus faible que sa vitesse d'écoulement, la flamme, très petite, quitte le brûleur et s'élève lentement. Dès que cette petite flamme atteint les électrodes, on note encore un accroissement subit et substantiel du courant.

---

(1) J.-J. Thomson, *Conduction of electricity through gases*. — H.-A. Wilson, *Phil. Trans.*, 1899, p. 499. — Moreau, *Ann. de Chim. et de Phys.*, t. XXX, 1903, p. 1.

MAGNÉTISME. — *Sur les coefficients d'aimantation spécifique des liquides.* Note de M. GEORGES MESLIN, présentée par M. Mascart.

En poursuivant mes études sur le dichroïsme magnétique, j'ai été amené à déterminer la susceptibilité magnétique d'un grand nombre de liquides organiques et de sels cristallisés : pour certains de ces corps les données numériques faisaient défaut; pour les autres, il y avait de telles discordances entre les valeurs trouvées par les différents expérimentateurs qu'il y avait lieu de faire de nouvelles déterminations. Ce désaccord apparaît dès qu'on jette un coup d'œil sur les tableaux donnés par les différents traités classiques et la confusion est d'autant plus grande qu'on met quelquefois en regard des nombres qui ne sont nullement comparables, tels que les susceptibilités rapportées soit à des poids égaux, soit à des volumes égaux de matière, car les différents physiciens ont eu en vue tantôt l'une, tantôt l'autre de ces deux quantités. Il importe donc de faire soigneusement la distinction pour voir si les nombres sont réellement comparables et si les écarts ne tiennent pas seulement à la différence des définitions adoptées.

Et d'abord, on peut se demander quelle est celle de ces deux quantités qu'il est préférable de considérer. Celle qui correspond à la définition ordinaire (moment magnétique rapporté à l'unité de volume et à l'unité de champ magnétique) est la susceptibilité à volume égal; c'est celle qui s'introduit directement dans les calculs partout où l'on considère un volume limité qui peut être rempli par des corps différents, volume dont la perméabilité varie par de telles substitutions; en particulier, c'est cette grandeur qu'il y a lieu de considérer dans les phénomènes de dichroïsme magnétique que j'ai étudiés et où l'on a affaire à des particules cristallines immergées dans divers liquides.

Mais il faut remarquer que, dans la plupart des méthodes, le résultat immédiat des mesures fournit la susceptibilité rapportée à l'unité de poids; c'est ce que nous désignerons sous le nom de *coefficient d'aimantation* spécifique : en effet, on n'opère pas généralement sur un volume connu, mais sur une masse déterminée et l'on fait le quotient d'une certaine grandeur (déviation, torsion, force antagoniste) par la masse de matière qu'on a employée.

Lorsqu'on veut ensuite obtenir la susceptibilité proprement dite, ou à

volume égal, on multiplie la quantité précédente par la densité et c'est là une des causes de divergence dans les résultats obtenus, les différents physiciens ayant utilisé des densités notablement différentes; pour beaucoup de liquides organiques, les nombres ne sont pas donnés par les Tables avec une suffisante certitude; ces nombres diffèrent d'ailleurs suivant la température qui, au contraire, influe peu sur le coefficient d'aimantation spécifique, et les écarts sur les valeurs adoptées atteignent souvent 1 pour 100.

Il en résulte que les nombres donnés pour la susceptibilité n'ont de sens précis que si l'on inscrit à côté la valeur de la densité qui a servi à les calculer et, d'autre part, si l'on veut comparer les nombres fournis pour cette grandeur par les différents physiciens, il faut les ramener à des poids égaux en se servant pour chacun d'eux de la valeur numérique de la densité utilisée par le même expérimentateur, de manière à éliminer l'influence de cette densité introduite seulement dans le calcul; il faut, en outre, prendre un point de départ commun, car la plupart des physiciens n'ont fait que des déterminations relatives et les quelques déterminations absolues que l'on possède, et qui se rapportent généralement à l'eau et au bismuth, ne sont pas absolument concordantes.

Le Tableau ci-contre, relatif à un certain nombre de liquides diamagnétiques, contient, dans la première colonne, les résultats de mes déterminations pour les coefficients d'aimantation spécifique, celui de l'eau étant pris égal à $-0,79.10^{-6}$; ils ont été corrigés du magnétisme de l'air, bien que la correction soit très faible et, dans quelques cas, de l'ordre de grandeur des erreurs possibles; j'en ai tenu compte, néanmoins, afin de ne pas ajouter à une erreur accidentelle, dont on ignore le sens, un écart systématique dont on connaît exactement la grandeur et le signe; cette correction a été inscrite entre parenthèses à côté du nombre correspondant, elle contribue généralement à diminuer la valeur absolue, sauf dans quelques cas où on l'a fait alors précéder du signe +; pour trois de ces liquides elle est tout à fait négligeable. Les colonnes suivantes du Tableau contiennent les nombres que l'on peut déduire des expériences de divers physiciens en prenant le même point de départ ($-0,79.10^{-6}$ pour l'eau) et en tenant compte des densités, comme il a été dit, lorsque le Mémoire fait connaître la densité du corps sur lequel on a opéré, ce qui est le cas des expériences de Henrichsen et de Quincke; pour les déterminations de Becquerel et de Faraday, on a pris les densités moyennes.

Coefficients d'aimantation spécifique des liquides. Valeurs de $-K.10^{-6}$.

			Henrichsen.	Quincke.	Becquerel.	Faraday.	Plücker.
Eau	0,79		0,79	0,79	0,79	0,79	
Iodure d'éthyle	0,475	(+0,003)	0,490				
Acide formique	0,485	(0,005)	0,470				
Bromure d'éthyle	0,537	(0,0002)	0,540				
Aldéhyde acétique	0,566	(+0,014)	0,550				
Chloroforme	0,576	(0,002)	0,534				
Acide acétique	0,580	(0,006)	0,574				
Sulfure de carbone	0,587	(+0,001)	0,616	0,556	0,83	0,64	0,81
Glycérine	0,644	(0,0006)		0,600			
Acétone	0,645	(0,012)	0,642				
Aldéhyde formique	0,676	(0,002)					
Glycol	0,684	(0,0008)					
Cinnamène	0,701	(0,006)					
Acide phénique	0,712	(0,001)					
Glycérine hydratée (50 p. 100)	0,731	(+0,001)					
Alcool méthylique	0,744	(0,009)	0,756	0,806			
Benzine	0,777	(0,004)		0,747			
Toluène	0,800	(0,004)					
Xylène	0,812	(0,004)					
Cumène	0,813	(0,004)					
Térébène	0,813	(0,003)		0,746			0,97
Alcool éthylique	0,813	(0,007)	0,810	0,811	0,78	0,81	
» butylique	0,815	(0,006)					
» isobutylique	0,834	(0,005)	0,858				
» amylique	0,840	(0,005)	0,861				
» caproïque	0,840	(0,004)					
Ether	0,840	(0,009)	0,874	0,830		0,85	1,004
Amylène	0,840	(0,014)					
Pétrole	0,908	(0,003)		0,847			

PHYSIQUE. — *De l'action des très basses températures sur la phosphorescence de certains sulfures. Rappel d'un Mémoire de MM.* A. *et* L. Lumière. Note de M. **F.-P. Le Roux**. (Extrait.)

Depuis la dernière séance il m'a été signalé que, dans un résumé que j'avais présenté de recherches antérieures, j'avais omis de mentionner un Mémoire très étendu de MM. A. et L. Lumière, publié aux *Comptes rendus*, février 1899, p. 549.

Qu'il me soit permis de faire maintenant ce que j'aurais fait dans ma Note du 9 janvier si j'avais connu le Mémoire de MM. Lumière, c'est-à-dire de proclamer la part d'antériorité qui peut leur revenir sur le point que j'ai traité. Leur travail vise, en effet, un très grand nombre de faits qui sont en dehors de ceux que j'avais en vue. Ils reconnaissent (p. 550) que « M. Dewar avait signalé avant eux la propriété que possèdent les substances phosphorescentes, préalablement excitées par la lumière, de perdre instantanément leur faculté de luire lorsqu'on les plonge dans l'air liquide, de rester obscures aussi longtemps que leur température est maintenue à —191°, et de reprendre leur phosphorescence quand on les réchauffe ».

En ce qui regarde l'excitation au moyen du magnésium pendant l'immersion réfrigérante, le principe de l'expérience appartient à M. Pictet qui activait ainsi le corps phosphorescent plongé dans l'alcool refroidi à — 70°. Si j'avais connu le Mémoire de MM. Lumière, j'aurais rappelé qu'ils ont opéré avec l'air liquide. J'aurais aussi pu dire, mais cela n'avait pas d'intérêt dans la question qui m'occupait, qu'ils avaient activé avec des lumières spectrales des corps phosphorescents immergés.

Je ne pense pas que MM. Lumière puissent revendiquer l'hypothèse que l'abaissement de la température ne détruit pas l'énergie lumineuse; cette hypothèse est commune à tous les observateurs, depuis MM. Edm. et H. Becquerel jusqu'à MM. Lumière.

Le but de ma Note était d'exposer un système d'expériences d'un principe connu, mais disposées dans des conditions faciles à réaliser et comportant d'utiles comparaisons, lesdites expériences choisies comme nécessaires et suffisantes pour permettre de présenter comme plausible, au moins en ce qui concerne le sulfure phosphorescent bleu, la proposition que j'ai énoncée, à savoir que « l'énergie lumineuse potentielle que peut induire dans un corps phosphorescent donné une lumière activante donnée est indépendante de la température, la circonstance température n'influant que sur la vitesse de transformation de l'énergie lumineuse potentielle en énergie lumineuse actuelle ».

En appelant l'attention sur cette espèce de mécanisme de la phosphorescence, je m'étais proposé d'orienter les idées vers une théorie dans laquelle la phosphorescence pourrait être attribuée à la présence de petites quantités de matières particulières subissant, sous l'influence de certaines radiations, une transformation physicochimique réversible, se réverbant (qu'on me pardonne ce néologisme) lorsque les radiations excitatrices cessent d'intervenir.

Il en serait de ces transformations comme de celles qui entrent en jeu dans la Photographie, elles s'effectueraient généralement avec une vitesse fonction croissante de la température. Ce côté de ressemblance des phénomènes photographiques avec ceux phosphorogéniques n'a pas échappé à M. Dewar dans ses recherches de 1895 sur l'action de la température de l'air liquide. Il constata que la sensibilité des préparations photographiques ainsi réfrigérées diminue considérablement, c'est-à-dire qu'une même source de radiations demande un temps beaucoup plus considérable pour produire une impression déterminée.

Dans leur premier Mémoire : *Sur l'action des basses températures* (*Comptes rendus,* février 1899, p. 359), MM. Lumière ont indiqué que « en partant de plaques au gélatinobromure possédant la sensibilité maximum, ils avaient constaté que, pour obtenir des impressions égales, il fallait un temps d'exposition de 350 à 400 fois plus considérable à $-191°$ qu'à la température ordinaire ».

Je crois que les citations qui précèdent sont de nature à prouver mon intention de rendre justice aux travaux de MM. Lumière sur les sujets où nous avons pu nous rencontrer et sur d'autres encore.

RADIOACTIVITÉ. — *Sur un nouveau minéral radifère.* Note de M. J. DANNE, présentée par M. A. Potier.

J'ai trouvé, récemment, que certains terrains plombifères situés aux environs d'Issy-l'Évêque, dans la Saône-et-Loire, renferment du radium. Les matières radioactives de ces terrains sont une pyromorphite, des argiles plombifères et des pegmatites ; mais c'est le plus souvent avec la pyromorphite que se trouve le radium.

Aucun de ces minéraux ne contient d'uranium. C'est là un fait très remarquable, car, jusqu'à présent, on n'avait observé la présence du radium que dans les minéraux uranifères. Il semble même qu'il y a proportionnalité entre la quantité d'uranium et la quantité de radium qui l'accompagne dans divers minéraux [1]. Si elle était bien établie, cette proportionnalité aurait une grande importance théorique et tendrait à faire supposer que le radium a été réellement créé par l'uranium.

L'existence de la pyromorphite radioactive d'Issy-l'Évêque ne contenant pas d'uranium est en contradiction avec cette manière de voir. Cependant

---

[1] B. BOLTWOOD, *Engineering and mining Journal,* 12 mai 1904.

il me semble que l'on peut éviter cette contradiction en admettant que le radium a été apporté dans la pyromorphite à une époque toute récente par des eaux radioactives.

En effet, à Issy-l'Évêque la pyromorphite se rencontre en filonnets étroits encastrés dans des roches quartzeuses et feldspathiques. Ces filonnets sont toujours très humides; ce fait s'explique par la présence de nombreuses sources dans le voisinage, dont les eaux se répandent dans les terrains plombifères qui constituent le sol le plus perméable de la région.

De toutes ces eaux on a pu extraire des gaz radioactifs dont la radioactivité était due à la présence de l'émanation du radium. Si au moyen d'un courant d'air on entraîne toute l'émanation contenue dans ces eaux et si on laisse ensuite ces eaux pendant plusieurs jours dans un récipient clos, on peut de nouveau en extraire des gaz actifs. Ceci prouve qu'il s'est reformé de nouvelles quantités d'émanation. Cette production continuelle d'émanation ne peut s'expliquer qu'en admettant l'existence d'un sel de radium en solution dans cette eau. L'expérience a d'ailleurs confirmé mes prévisions. J'ai précipité par l'acide sulfurique une grande quantité de cette eau radioactive, préalablement additionnée de chlorure de baryum.

Le précipité obtenu a présenté une activité permanente d'ailleurs très faible.

On peut admettre que ces eaux, en passant sur des minéraux radifères situés dans les profondeurs de la terre, entraînent de petites quantités de sels de radium, qu'elles abandonnent ensuite en cours de route par réactions physiques ou chimiques.

D'ailleurs diverses constatations sont en faveur de cette hypothèse. Seuls les terrains perméables sont radioactifs. Des échantillons de quartz prélevés au milieu même de filonnets radifères et lavés n'ont aucune action sur la plaque photographique; au contraire, les boues qui résultent du lavage l'impressionnent rapidement. Enfin un grand nombre d'échantillons de pyromorphites provenant d'autres localités, mis obligeamment à ma disposition par M. Lacroix, n'ont jamais manifesté de propriétés radioactives.

La présence de sels de radium dans cette région n'a d'ailleurs rien de surprenant; on a signalé à Saint-Symphorien-de-Marmagne, qui se trouve à une quarantaine de kilomètres d'Issy-l'Évêque, des paillettes d'*autunite* qui ont été décrites par M. Lacroix. Il est possible que ce minéral se retrouve en profondeur en gisements plus importants (1).

---

(1) On a déjà signalé des traces de radium dans des dépôts de sources minérales,

Certains échantillons de pyromorphite d'Issy-l'Évêque ont une activité atteignant plusieurs fois celle de l'uranium; mais en général l'activité est considérablement plus faible.

La teneur en radium est variable. Une tonne de minerai peut fournir des quantités de bromure de radium de l'ordre de grandeur du centigramme. A Issy-l'Évêque ces minéraux se sont présentés en quantités suffisantes pour que l'on ait pu établir un traitement en vue de l'extraction des sels de radium. Ce traitement a été effectué à l'usine de M. Armet de Lisle, à Nogent-sur-Marne.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Dissociation des sels de strychnine décelée par leur pouvoir rotatoire. Pouvoir rotatoire dans les séries homologues. Influence de la double liaison.* Note de M. **J. Minguin**, présentée par M. Haller.

Dans nos déterminations nous avons employé comme solvant un mélange d'alcool benzylique $\frac{2}{3}$ et d'alcool éthylique absolu $\frac{1}{3}$. Ce liquide nous a permis de dissoudre des quantités appréciables de sels de strychnine.

Pour faire une observation, on introduit $0^g,334$ de strychnine et la quantité équimoléculaire d'acide dans un flacon de 25^{cm^3} qu'on remplit avec le dissolvant indiqué. On lit l'angle observé sous une épaisseur de 20^{cm}.

Il est certain que les choses se passent comme si l'on avait préparé les sels d'avance et qu'on les eût ensuite dissous. D'ailleurs, nous nous sommes assuré qu'il en était bien ainsi avec quelques sels (succinate, fumarate, maléate, nitrate, etc.).

Le Tableau suivant renferme les principaux résultats obtenus :

Corps soumis à l'expérience.	Poids de substance dissous dans 25^{cm^3} du solvant.	Tube de 20^{cm}. Angle observé, déviation première.	Tube de 20^{cm}. Angle observé, déviation permanente, excès d'acide.	Différence.
Strychnine	$0^g,334$	$\alpha = -2^\circ 4'$	»	»
Succinate acide	0,334 de strychnine +0,118 d'acide	$\alpha = -0^\circ 6'$	$\alpha = +0^\circ 15'$	21
Maléate acide	0,334 » 0,116 »	$\alpha = +0^\circ 20'$	$\alpha = +0^\circ 20'$	0
Fumarate acide	0,334 » 0,116 »	$\alpha = +0^\circ 38'$	$\alpha = +0^\circ 38'$	0

mais leur teneur en radium était extrêmement faible en comparaison de celle des minéraux dont il est question ici (Strutt, *Proc. Roy. Soc.*, t. LXXIII, p. 192; *Phil. Mag.*, novembre 1904. — Dorn, *Physikal. Zeits.*, 1904).

Corps soumis à l'expérience.	Poids de substance dissous dans 25cm³ du solvant.				Tube de 20cm. Angle observé, déviation première.	Tube de 20cm. Angle observé, déviation permanente, excès d'acide.	Différence.
Malonate acide	0g,334	de strychnine	»	d'acide	$\alpha = +0°.12'$	$\alpha = +0°.14'$	2'
Formiate	0,334	»	0,046	»	$\alpha = -0.10$	$\alpha = +0.10$	20
Acétate	0,334	»	0,06	»	$\alpha = -0.30$	$\alpha = +0.10$	40
Propionate	0,334	»	0,075	»	$\alpha = -0.34$	$\alpha = +0.12$	46
Butyrate	0,334	»	0,088	»	$\alpha = -0.36$	$\alpha = +0.14$	50
Laurate	0,334	»	0,200	»	$\alpha = -0.36$	$\alpha = +0.14$	50
Stéarate	0,334	»	0,284	»	$\alpha = -0.34$	$\alpha = +0.10$	44
Crotonate	0,334	»	0,086	»	$\alpha = -0.14$	$\alpha = +0.28$	42
Salicylate de strychnine	0,334	»	0,138	»	$\alpha = +0.48$	$\alpha = +0.52$	4
Métaoxybenzoate	0,334	»	0,138	»	$\alpha = +0.\ 4$	$\alpha = +0.30$	26
Paraoxybenzoate	0,334	»	0,138	»	$\alpha = -0.\ 4$	$\alpha = +0.30$	34
Benzoate	0,334	»	0,122	»	$\alpha = +0.\ 6$	$\alpha = +0.34$	28
Cinnamate	0,334	»	0,148	»	$\alpha = +0.\ 8$	$\alpha = +0.50$	42
Chlorhydrate	0,334	»	0,036	»	$\alpha = +0.\ 4$	$\alpha = +0.\ 4$	0
Nitrate	0,334	»	0,063	»	$\alpha = +0.18$	$\alpha = +0.18$	0
Sulfate	0,334	»	0,098	»	$\alpha = +0.15$	$\alpha = +0.15$	0

Dans ce Tableau, nous avons deux colonnes d'angles observés.

La colonne 3 indique les déviations des sels quand on met en dissolution les quantités théoriques de base et d'acide, c'est-à-dire les nombres indiqués dans la deuxième colonne.

La colonne 4 comprend les angles observés quand on ajoute un grand excès d'acide.

Nous appellerons *déviation première* celle qui correspond aux quantités théoriques de base et d'acide et *déviation permanente* celle qui résulte de l'addition d'un excès d'acide.

Pour un certain nombre de sels, la déviation première est bien différente de la déviation permanente; c'est-à-dire que l'angle observé change quand on ajoute plus d'acide que n'en réclame la quantité théorique; puis, à un moment donné, il reste constant quel que soit l'excès d'acide. Pour d'autres sels les déviations sont sensiblement les mêmes.

Nous ne pouvons expliquer ces résultats qu'en admettant une sorte d'hydrolyse, une dissociation partielle de la molécule des sels de strychnine au sein du mélange alcool benzylique et alcool.

Cette dissociation doit être d'autant plus grande que l'acide est plus faible.

Ainsi, nous dirons que l'acide formique est plus fort que l'acide acétique,

parce que la différence 20′ entre les deux angles observés relatifs au formiate est plus petite que 40′, différence existant entre les deux angles observés pour l'acétate. Nous dirons pour la même raison que l'acide benzoïque (différence 28′) est plus fort que l'acide acétique (différence 40′). L'acide fumarique et maléique sont plus forts que l'acide succinique. L'acide salicylique est plus fort que les acides méta- et paraoxybenzoïques, etc.

Pour le moment, nous nous contenterons de considérer ces résultats au point de vue qualitatif.

Avec un polarimètre très sensible (nous ne répondons ici que de 5′ à 6′) et en observant sous une plus grande épaisseur, nous obtiendrions des différences plus accentuées et plus précises qui pourraient peut-être représenter approximativement l'acidité.

Nous constatons aussi que, dans une série homologue, la déviation permanente, pour une même concentration moléculaire, est sensiblement constante (formiate, acétate, propionate, butyrate, etc.). Ce fait a été observé dans d'autres séries par M. Tchugaeff (1) et aussi par nous-même (2). Faisons remarquer que la déviation permanente de l'orthooxybenzoate de strychnine est bien plus grande que celle du méta et du para.

Enfin, la double liaison, comme un certain nombre de savants l'ont déjà montré (3), exerce une influence sur l'activité optique de la molécule dans laquelle elle se trouve.

Pour s'en rendre compte, il suffit de comparer les déviations permanentes des succinate, maléate et fumarate, puis celles du butyrate et du crotonate.

Nous nous proposons de poursuivre cette étude en prenant des bases actives qui nous donneront des sels plus solubles dans un dissolvant plus simple.

---

(1) Tchugaeff, *D. ch. G.*, t. XXXI, p. 360, 1775 et 2451.

(2) Minguin et Grégoire de Bollemont, *Comptes rendus*, t. CXXXVI, p. 69.

(3) Haller, *Comptes rendus*, t. CXXXVI, p. 1222, 788, 1613. — Eykman, *D. ch. G.*, t. XXIV, p. 1278. — Zelinsky, *D. ch. G.*, t. XXXV, p. 2488. — Rupe, *Ann. der Chemie*, t. CCCXXVII, 1903, p. 157. — Minguin, *Comptes rendus*, t. CXXXVI, p. 751.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur le méthylamidure de cœsium.* Note de M. E. **Rengade**, présentée par M. H. Moissan.

M. Moissan a montré ([1]) que la méthylamine liquéfiée, sans action sur le sodium, le potassium ou le calcium, dissout au contraire le lithium en donnant du lithium-méthylammonium. Le cæsium étant, après le lithium, de tous les métaux alcalins et alcalino-terreux celui dont l'ammonium se forme à la plus haute température ([2]), on pouvait espérer qu'il réagirait également sur la méthylamine. C'est ce que l'expérience a confirmé; mais la solution de cæsium dans la base organique ne se conserve pas, même à basse température. Elle se décolore rapidement en donnant du méthylamidure de cæsium. C'est ce composé dont je présente aujourd'hui l'étude.

Le métal alcalin était enfermé dans un tube à essai fermé par un bouchon rodé à robinet communiquant avec un ajutage latéral. Le tube ayant été préalablement pesé vide d'air, on le remplit de gaz carbonique sec, on y introduit le cæsium lavé à l'éther de pétrole dans un courant de ce gaz, puis on refait le vide et l'on pèse une deuxième fois le tube. Enfin on y fait rentrer la méthylamine, conservée sur du sodium dans un tube de cristal à robinet. La réaction se produit déjà à la température ordinaire. En plongeant le tube à expérience dans un mélange réfrigérant, on condense l'amine, qui dissout immédiatement le métal avec la coloration bleu foncé caractéristique des ammoniums. Cette solution, maintenue à — 20° environ, se décolore rapidement, et d'autant plus vite qu'elle était plus concentrée (pour des poids de cæsium de l'ordre du décigramme, il faut de 10 à 40 minutes, avec des quantités de solvant variant de $0^{cm^3},5$ à $1^{cm^3},5$ environ). En même temps le manomètre annexé à l'appareil indique une augmentation de pression. Il ne reste finalement qu'un liquide limpide et incolore. On le refroidit alors à — 80° à l'aide d'un mélange de neige carbonique et d'acétone, et l'on fait le vide au moyen de la trompe à mercure, jusqu'à ce que le gaz extrait soit entièrement absorbable par l'eau. Le résidu non soluble est de l'hydrogène, comme le montre une combustion eudiométrique. La réaction

$$CH^3NH^2Cs = CH^3NHCs + H$$

indique qu'un poids de $0^g,133$ de métal devrait dégager $11^{cm^3},12$ d'hydrogène. J'ai trouvé $11^{cm^3},08$ et $11^{cm^3},21$ par milliatome.

Si, d'autre part, on distille l'excès de méthylamine resté dans le tube, il se dépose un corps d'un blanc pur, à reflets soyeux, très bien cristallisé au microscope en paillettes brillantes. L'augmentation de poids du tube, vidé à la trompe, a été trouvée de 22,35 et 22,17 pour 100; la théorie indique 22,55 pour 100.

([1]) H. Moissan, *Comptes rendus,* t. CXXVIII, p. 26.

([2]) H. Moissan, *Comptes rendus,* t. CXXVII, p. 685 et t. CXXXVI, p. 1177.

Ce que ce méthylamidure présente de plus remarquable, c'est son instabilité : chauffé brusquement il détone avec une flamme violet pourpre. Le tube est brisé et les débris sont recouverts d'une matière blanche déliquescente, à odeur caractéristique et présentant les réactions des cyanures : c'est du cyanure de cæsium.

La décomposition se fait lentement si l'on maintient le tube, vide d'air, dans un bain d'huile dont on élève progressivement la température jusqu'à 115°. A ce moment il commence à se dégager de l'hydrogène pur. Le dégagement s'accentue vers 130° et l'on obtient un volume de gaz vérifiant l'équation

$$CH^3NHCs = CNCs + 2H^2.$$

(Trouvé par milliatome de cæsium : 40^{cm^3} au lieu de $44^{cm^3},48$.)

Le méthylamidure n'est pas sensible au choc, au moins à un choc modéré, car on peut secouer le tube qui le contient sans en provoquer l'explosion.

L'oxygène bien sec est sans action à la température ordinaire. Mais il n'en est pas de même de l'air humide : chaque cristal détone bruyamment dès qu'il arrive à l'orifice du tube, avec un éclair violet et en dégageant l'odeur des cyanures.

Pour étudier l'action de l'eau, j'ai dû opérer de la manière suivante : l'ajutage latéral du tube à méthylamidure est mastiqué sur un second tube semblable, au fond duquel se trouvent quelques centimètres cubes d'eau. Un tube à dégagement, soudé latéralement, plonge dans la cuve à mercure. Tout l'appareil a été rempli d'azote. On refroidit alors par de la glace le méthylamidure de manière à provoquer la distillation lente de la vapeur d'eau. On l'accélère au besoin en chauffant légèrement le second tube. Au bout de quelques jours la substance est entièrement décomposée, sans qu'il se soit produit aucun dégagement gazeux.

Les tubes sont alors rincés avec un volume connu d'acide sulfurique décinormal, dont on titre finalement l'excès avec une solution de potasse. On trouve ainsi qu'à chaque atome de métal alcalin mis en expérience correspondent deux molécules d'acide sulfurique neutralisé, ce qui est conforme à la réaction :

$$CH^3NHCs + H^2O = CsOH + CH^3NH^2,$$

L'expérience nous a donné, par milliatome de cæsium, $19^{cm^3},5$ d'alcalinité totale exprimée en potasse décinormale, au lieu de 20^{cm^3}.

En résumé : la méthylamine dissout à froid le cæsium métallique. La solution de cæsium-méthylammonium ainsi obtenue se décompose rapidement avec dégagement d'hydrogène, en donnant du méthylamidure de cæsium, composé cristallisé, très instable, détonant par une brusque élévation de température ou par le contact de l'air humide. Une température de 120° le décompose sans explosion en hydrogène et cyanure de cæsium. L'eau, agissant très lentement, produit de la méthylamine et de l'hydrate de cæsium.

On n'avait jusqu'à présent isolé à l'état de pureté aucun dérivé de substitution des amines grasses avec les métaux alcalins. Titherley mentionne bien ([1]), dans l'action de l'éthylamine sur le potassium vers 200°, la production de petites quantités d'éthylamidure de potassium, avec dégagement d'hydrogène. Mais il ne donne aucune analyse vérifiant la composition de ce produit.

Je continue l'étude des autres amines sur le cæsium.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action du pentachlorure de phosphore sur les amines cycliques tertiaires. Synthèses des matières colorantes et formation de phosphore*. Note de M. P. LEMOULT.

L'action de PCl^5 sur la monométhylaniline ayant donné CH^3Cl et le composé $PCl(AzHC^6H^5)^4$ (*Comptes rendus*, t. CXXXIX, p. 978) et non pas le corps cherché $PCl\left(Az\begin{matrix}CH^3\\C^6H^5\end{matrix}\right)^4$, il ne restait comme moyen d'obtenir directement cette dernière substance que l'action de PCl^5 sur la diméthylaniline et, par généralisation, sur les amines analogues.

Pas plus que la précédente, cette réaction ne réalise la formation du corps cherché; mais elle présente néanmoins quelque intérêt, car elle engendre des matières colorantes. Dès que PCl^5 est en contact avec l'amine, il se produit une coloration bleu violacé très intense; si l'on porte à l'ébullition, elle disparaît et il se dégage en abondance du CH^3Cl (exempt de PH^3) comme dans le cas de la monométhylaniline; les produits solides obtenus ici seront étudiés ultérieurement. Si, au contraire, on maintient la température vers 80° à 100°, il ne se dégage aucun gaz et la coloration va en s'accentuant; la masse prend un reflet cuivré intense.

Michler et Walder (*Berichte*, t. XIV, 1881, p. 2175) ont constaté ce second mode d'action de PCl^5 sur la diméthylaniline et ils attribuent la coloration au tétraméthyldiamidodiphénylméthane et au colorant qui en dérive. Mais ils n'ont étudié ni les particularités, ni le mécanisme, ni la généralisation de la réaction et il m'a semblé, l'ayant découverte à nouveau, qu'il y aurait utilité à combler cette lacune.

On opère sur 500g de diméthylaniline à laquelle on ajoute peu à peu, en refroidissant énergiquement, 100g de PCl^5 finement pulvérisé; après quelques heures de

---

([1]) TITHERLEY, *Jour. of chem. Soc.*, t. LXXI, p. 463

contact, on porte au bain-marie à 100° et l'on maintient pendant 30 heures environ. Le produit brut refroidi est épuisé par l'eau bouillante jusqu'à ce que celle-ci, d'abord fortement colorée, reste incolore; la liqueur obtenue, débarrassée de l'excès d'amine, laisse un résidu solide pesant environ 60g, d'où l'alcool extrait : 1° du tétraméthyldiamidodiphénylméthane identifié par son point de fusion, son analyse, son poids moléculaire et surtout son produit d'oxydation, matière colorante qui donne, sur laine, un très beau violet plus bleu que celui que donne le violet cristallisé; 2° de l'hexaméthyltriamidotriphénylméthane, leucobase du violet hexaméthylé, identifié par son point de fusion, sa résistance à l'acétylation et surtout par son produit d'oxydation et les teintures qu'il donne sur laine et sur coton tanné. La séparation de ces deux corps est assez délicate et on la réalise par des cristallisations dans des mélanges d'alcool et de benzène.

La portion qui ne s'est pas dissoute dans l'eau seule se dissout très bien dans l'eau acidulée par HCl, mais en laissant encore un résidu d'abord brun sale, puis franchement jaune orangé; la liqueur aqueuse donne avec les alcalis une substance pesant environ 35g que l'alcool bouillant dissout aisément et qui à froid cristallise en très belles aiguilles. Ce composé contient du phosphore; son analyse, qui donne

C pour 100 : 70,71, H pour 100 : 7,36, Az pour 100 : 10,49,
P pour 100 : 7,55, O pour 100 : 3,89 (par différence),

ainsi que son poids moléculaire (413g), indiquent comme formule brute $C^{24}H^{30}Az^{3}OP$; c'est probablement le composé $PO[C^6H^4-Az(CH^3)^2]^3$ non encore décrit, mais dont Michaelis et von Soden ont obtenu le produit d'addition avec 1mol d'alcool

$$PO[C^6H^4Az(CH^3)^2]^3, C^2H^5(OH);$$

point de fusion, 149°-150° (*Lieb. Ann.*, t. CCXXIX, p. 333).

Une des particularités les plus curieuses de cette réaction, c'est la destinée d'une partie du phosphore; il reste dans le traitement précédent une substance jaune orangé qui apparaît déjà au cours du chauffage des réactifs; elle est très riche en phosphore, se dissout très rapidement dans l'acide nitrique, dans les alcalis, en donnant PH^3, et présente les mêmes propriétés que les corps analogues dont j'ai signalé à diverses reprises la formation dans l'action de PCl^3 ou de PCl^5 sur les amines cycliques (il s'en fait ici 2 à 3 pour 100 du poids de PCl^5). De plus, au moment où l'on traite le produit brut par l'eau bouillante, on perçoit une forte odeur de phosphore et d'ozone et, si l'on opère à l'obscurité, le liquide s'illumine d'une phosphorescence très intense que l'agitation active; avec quelques précautions, j'ai pu isoler du phosphore blanc. La présence de ces deux derniers corps permet de ramener à l'état de leucobases les produits colorés formés pendant la réaction : il suffit d'en traiter le produit par les alcalis étendus bouillants : il se dégage PH^3 et l'hypophosphite formé exerce son action réductrice.

L'action de PCl^5 sur la diméthylaniline donne donc, outre le produit signalé par Michler et Walder, la leucobase du violet hexaméthylé et les deux colorants qui dérivent de ces corps, puis un produit cristallisé peu

riche en phosphore, puis un produit orangé amorphe riche en phosphore, puis ce métalloïde lui-même sous forme de phosphore blanc. Quant à la réaction qui engendre les dérivés du di- et du triphénylméthane et qui constitue la synthèse des colorants; elle s'explique aisément par la tendance à la formation de CH^3Cl qui apporte le « C central ».

En cherchant à généraliser cette réaction, j'ai constaté qu'elle réussit très bien avec la méthyléthylaniline, la diméthyl-*o*.-toluidine (colorants violets); la méthylbenzylaniline (colorant vert et odeur de chlorure de benzyle); la méthyldiphénylamine (très beau colorant bleu) mais que par contre elle ne donne pas de matières colorantes avec la diméthyl-*p*.-toluidine, la diéthylaniline et l'éthylbenzylaniline quoique cependant ces corps donnent lieu à d'assez vives réactions. Ces faits montrent que la synthèse au moyen de PCl^5 nécessite une amine cyclique tertiaire $R -_{(1)}Az\begin{smallmatrix}\diagup R_1\\ \diagdown R_2\end{smallmatrix}$ dont la position para soit libre et dont un au moins des groupes R_1 ou R_2 soit un CH^3 (il n'y a exception que pour la dibenzylaniline qui donne un vert).

Ni $POCl^3$, ni PCl^3 ne donnent, dans les mêmes conditions, de colorants avec les amines de la première catégorie, mais des produits incolores qui seront étudiés ultérieurement.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Produits d'oxydation de l'octohydrure d'anthracène; dihydro-oxanthranol et hexahydroanthrone.* Note de M. **Marcel Godchot**, présentée par M. Haller.

Dans une précédente Communication [1] j'ai indiqué les conditions de formation de l'octohydrure d'anthracène, $C^{14}H^{18}$, et de ses principaux dérivés halogénés. J'étudierai dans la présente Note l'action des agents oxydants sur ce carbure.

L'octohydrure d'anthracène oxydé énergiquement à l'acide chromique donne de l'anthraquinone; par des actions plus ménagées, il donne, avant ce produit ultime de l'oxydation, des dérivés intermédiaires : ceux-ci correspondent à des hydrures d'anthracène et renferment un ou deux atomes d'oxygène. On peut, en effet, isoler dans les produits d'oxydation un dihydrooxanthranol et une hexahydroanthrone.

---

[1] *Comptes rendus*, t. CXXXIX, p. 604-606.

Ces deux corps s'obtiennent simultanément lorsqu'on oxyde, en solution acétique et à la température ordinaire, l'octohydrure d'anthracène (1 partie) par l'acide chromique (2 parties); la réaction achevée, on précipite par l'eau, on reprend par la benzine et l'on fait cristalliser dans l'alcool ordinaire; le dihydrooxanthranol se dépose le premier; quant à l'hexahydroanthrone, elle reste dans les eaux-mères sous forme huileuse, mais, après avoir été distillée dans le vide, elle cristallise peu à peu.

Le dihydrooxanthranol, $C^6H^4 \left\langle \begin{matrix} C(OH) \\ C(OH) \end{matrix} \right\rangle C^6H^6$, se présente sous forme de grandes aiguilles prismatiques, jaune clair, fondant à 159° sans décomposition. A chaud, il se dissout facilement dans l'alcool, la benzine, le toluène, l'acide acétique. Il n'est pas fluorescent. Ses solutions, par une réaction très sensible, virent au rouge foncé lorsqu'on y ajoute une trace d'alcali.

Le dihydrooxanthranol dérive de l'oxanthranol-9.10 ou oxanthranol-β, comme l'indiquent les réactions suivantes. Il donne, par perte de H^4, dans une oxydation plus profonde, l'anthraquinone ordinaire. Il fournit d'ailleurs la même anthraquinone lorsqu'on fait agir sur lui le brome dans une solution sulfocarbonique; il y a séparation de HBr. Comme l'indique la formule ci-dessus, il possède deux fonctions alcooliques, car il peut donner naissance à des éthers à deux molécules d'acide.

Le dihydrooxanthranol possède une grande stabilité : il diffère en cela de l'oxanthranol ordinaire qui s'oxyde très rapidement à l'air en se transformant en anthraquinone. Cette stabilité, due à l'introduction d'hydrogène dans la molécule anthracénique semble être, du reste, générale pour le groupe de composés dont il est question ici.

Le diacétyldihydrooxanthranol, $C^6H^4 \left\langle \begin{matrix} C(OC^2H^3O) \\ C(OC^2H^3O) \end{matrix} \right\rangle C^6H^6$, s'obtient lorsqu'on fait bouillir pendant 3 heures le dihydrooxanthranol avec l'anhydride acétique en présence d'acétate de sodium. Il cristallise en grandes aiguilles incolores, fondant à 220° sans décomposition. Il est soluble, à chaud, dans l'alcool, la benzine, l'acide acétique. Ses solutions alcoolique et acétique présentent une très belle fluorescence bleue.

L'hexahydroanthrone, $C^{14}H^{16}O$, cristallise en petites tables, dures, transparentes, fondant à 45°,5. Elle distille sans décomposition vers 222°-225°, sous une pression de 25^{mm}. Elle est très soluble dans presque tous les dissolvants. La vapeur d'eau l'entraîne difficilement. Très stable, elle ne se décompose pas à l'air. Elle réduit la liqueur cupro-alcaline et l'azote d'argent ammoniacal.

L'acide chromique, en solution acétique, la transforme à l'ébullition en anthraquinone ordinaire. Chauffée en solution dans l'alcool faible, avec la quantité calculée de chlorhydrate de semi-carbazide, elle donne une *semicarbazone,*

$$AzH^2 - CO - AzH - Az = C^{14}H^{16},$$

cristallisée en petites feuilles, légèrement jaunâtres, fondant à 250°. L'hexahydroanthrone correspond donc à une des deux formules suivantes : $C^6H^4 \left\langle \begin{matrix} CO \\ CH^2 \end{matrix} \right\rangle C^6H^{10}$ ou $C^6H^6 \left\langle \begin{matrix} CO \\ CH^2 \end{matrix} \right\rangle C^6H^8$.

Les réducteurs tels que l'amalgame de sodium et l'alcool, l'étain et l'acide acétique, sont sans action sur l'hexahydroanthrone.

Le brome et le chlore réagissent, dès la température ordinaire, sur l'hexahydroanthrone, en solution dans le sulfure de carbone. Avec le brome, par exemple, un composé dibromé, la *dibromohexahydroanthrone*, $C^{14}H^{14}Br^2O$. Celle-ci se présente en cristaux prismatiques, fondant à 123°-124°; elle est très soluble dans l'alcool, le sulfure de carbone, l'éther. L'acide chromique, en solution acétique, la transforme à l'ébullition en anthraquinone ordinaire.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Thymomenthol et dérivés.* Note de M. Léon Brunel, présentée par M. A. Haller.

En appliquant aux phénols la méthode d'hydrogénation de MM. Sabatier et Senderens j'ai notamment montré que le thymol peut être facilement transformé en un alcool hexahydroaromatique correspondant (¹). J'ai indiqué que l'hydrogénation est plus rapide à 180°; cependant la petite quantité d'acétone formée catalytiquement aux dépens de l'alcool hexahydroaromatique par une réaction générale pour les alcools primaires et secondaires (Sabatier et Senderens, *Comptes rendus*, t. CXXXVI, p. 981-983) m'a conduit à effectuer l'hydrogénation aux environs de 160°. Dans ces conditions, il ne se forme plus de quantités appréciables d'acétone et la rapidité d'obtention de l'hexahydrothymol est à peine diminuée. L'étude de cet alcool, que je désignerai sous le nom de *thymomenthol*, pour rappeler son origine et sa constitution, voisine de celle du menthol, fera l'objet de la présente Communication.

Le thymomenthol pur est un liquide sirupeux, incolore, présentant une odeur forte de menthe; sa densité est 0,913 à 0°, il cristallise par le froid en une masse qui fond ensuite entre —5° et 0°. Il bout à 215°,5 sans altération sous la pression normale. Complètement insoluble dans l'eau, il se dissout en toute proportion dans l'alcool, l'éther, l'acide acétique, etc. Il se volatilise très rapidement à l'air, dès la température ordinaire, sans abandonner de cristaux.

Traité à chaud par l'anhydride phosphorique ou le bisulfate de potassium, il se déshydrate comme le menthol naturel, en donnant naissance à un *tétrahydrocymène* ou *thymomenthène*, dont les propriétés sont voisines de celles du menthène actif. Le thymomenthène, en effet, a une densité de 0,823 à 0° et bout à 167°-168°, alors que le menthène a une densité de 0,8226 à 0° et bout à 167°,4.

Le thymomenthol forme des éthers avec les acides; par suite de transposition lors de l'éthérification, ces éthers sont ceux d'un stéréoisomère du thymomenthol générateur. Pour différencier le thymomenthol provenant de l'hydrogénation du stéréoisomère

(¹) *Comptes rendus*, t. CXXXVII, p. 1268.

formé par action des acides, je désignerai le premier par α, le second par β. J'ai obtenu le phtalate acide et le succinate acide de β-thymomenthyle. Pour les préparer, trois procédés différents ont été suivis :

1° Action d'un excès d'anhydride d'acide, soit $1^{mol},5$ sur 1^{mol} de thymomenthol. Le mélange est chauffé 12 heures à 140°. La masse est reprise à l'éther qui dissout peu l'anhydride et complètement l'éther acide. Ce dernier, après évaporation du solvant, est traité par une lessive alcaline diluée qui le dissout. La liqueur claire est additionnée d'acide chlorhydrique et l'éther acide précipité est purifié par cristallisation dans la ligroïne ou l'alcool. C'est la méthode employée d'abord par M. Haller pour la purification des bornéols (*Comptes rendus*, t. CVIII, p. 1308).

2° Action du thymomenthol sur l'anhydride d'acide en présence de pyridine, les trois corps étant en proportions équimoléculaires. Le mélange est chauffé doucement pendant quelque temps, puis lavé à l'acide chlorhydrique; l'éther acide résultant est purifié comme précédemment.

3° Action à froid du thymomenthol sodé, préparé à basse température, sur l'anhydride d'acide en suspension dans l'éther. La purification est conduite comme ci-dessus.

Dans les trois cas les résultats sont identiques.

Le *succinate acide de β-thymomenthyle* $CO^2H - CH^2 - CH^2 - CO^2 - C^{10}H^{19}$ cristallise de la ligroïne en fines aiguilles incolores et inodores. Il fond à 80°. Il est soluble dans l'alcool, soluble à chaud dans la ligroïne qui l'abandonne à peu près complètement par refroidissement. Les lessives alcalines diluées le dissolvent en formant le sel correspondant. Celui-ci se précipite dans les solutions alcalines concentrées.

Le *phtalate acide de β-thymomenthyle* $CO^2H - C^6H^4 - CO^2 - C^{10}H^{19}$ cristallise en gros prismes incolores, inodores et fusibles à 128°. Il est très soluble dans l'alcool, le chloroforme et les alcalis dilués.

Lorsqu'on chauffe à une douce température les solutions alcalines de ces éthers, en présence d'un excès d'alcali, la saponification est à peu près immédiate. Le β-thymomenthol ainsi obtenu vient surnager le liquide et se prend bientôt en une masse cristalline. On fait recristalliser à plusieurs reprises dans l'alcool, en opérant à basse température.

Le β-*thymomenthol* cristallise en longues aiguilles incolores, présentant l'odeur et l'aspect du menthol naturel. Il fond à 28° en un liquide bouillant à 217° sous pression normale. Il est très soluble dans l'alcool, l'éther, l'acétone, l'éther de pétrole, l'acide acétique, il est insoluble dans l'eau. Il se volatilise moins rapidement à la température ordinaire que l'isomère α. Si en effet on dissout une partie de β-thymomenthol dans dix parties d'α-thymomenthol et qu'on abandonne à l'évaporation spontanée, on obtient au bout de quelques jours de longues aiguilles du dérivé β.

Avec les anhydrides succinique et phtalique, le β-thymomenthol donne des éthers identiques à ceux qui ont servi à sa préparation. Ce dernier résultat montre que la transformation du dérivé α en isomère β s'effectue bien lors de l'éthérification. Cette isomérisation porte simplement sur la fonction alcoolique. Ceci est vérifié par ce fait que les thymomenthols α et β donnent tous deux naissance au même acétone : le thymomenthone $C^{10}H^{18}O$. Je reviendrai prochainement sur ce composé.

Les deux thymomenthols possédant trois carbones asymétriques sont vraisemblablement des racémiques.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Contribution à l'étude des dérivés du benzodihydrofurfurane.* Note de MM. **A. Guyot** et **J. Catel**, présentée par M. A. Haller.

Nous avons fait remarquer, dans un précédent Mémoire publié par l'un de nous en collaboration avec M. A. Haller [1], que le phtalate neutre de méthyle et l'*o.*-benzoylbenzoate de méthyle réagissent d'une façon normale sur le bromure de phénylmagnésium et nous nous sommes réservé l'étude des produits qui prennent naissance dans ces condensations.

Les recherches publiées dans la présente Note ont été effectuées sur les éthers obtenus par éthérification directe des acides en présence d'acide chlorhydrique; mais on sait que l'acide phtalique [2] et l'acide benzoylbenzoïque [3] sont capables de donner dans certaines conditions des éthers isomères des précédents sur lesquels nous avons également étudié l'action des combinaisons organomagnésiennes; cette seconde partie de notre travail n'est pas encore complètement terminée.

Action du bromure de phénylmagnésium sur le phtalate et le benzoylbenzoate de méthyle. — Lorsqu'on fait agir un large excès de bromure de phénylmagnésium sur le phtalate neutre de méthyle ou sur l'*o.*-benzoylbenzoate de méthyle, on obtient dans les deux cas un même composé, bien cristallisé, fondant à 118°, répondant à la formule centésimale $C^{26}H^{20}O^{2}$, que nous considérons comme étant le triphényloxy-α.α'-benzo-β.β'-dihydro-α.α'-furfurane de constitution suivante :

```
          C⟨ C⁶H⁵
         /  C⁶H⁵
  ⬡      O
         \
          C—OH
          |
         C⁶H⁵
```

La formule de constitution de ce composé résulte, d'une part, de l'étude de ses dérivés décrits ci-dessus et, d'autre part, de ce fait qu'on peut encore l'obtenir avec d'excellents rendements par condensation du bromure de phénylmagnésium avec la

(1) A. Haller et A. Guyot, *Comptes rendus,* t. CXXXIX, p. 9.
(2) Graebe, *Berichte d. d. chem. Gesell.*, t. XVI, p. 860.
(3) H. Meyer, *Monatshefte für Chemie,* t. XV, p. 475.

diphénylphtalide :

$$C^6H^4\left\langle\begin{matrix} C(C^6H^5)^2 \\ \diagdown \; O \\ CO \end{matrix}\right. + C^6H^5MgBr = C^6H^4\left\langle\begin{matrix} C(C^6H^5)^2 \\ \diagdown \; O \\ C\begin{matrix} C^6H^5 \\ OMgBr \end{matrix} \end{matrix}\right. \rightarrow C^6H^4\left\langle\begin{matrix} C(C^6H^5)^2 \\ \diagdown \; O \\ C\begin{matrix} C^6H^5 \\ OH \end{matrix} \end{matrix}\right. .$$

Il était à présumer, d'après ce dernier mode de formation, que la diphénylphtalide prend naissance, comme produit intermédiaire, dans l'action du bromure de phénylmagnésium sur les éthers précédents. Nous avons reconnu l'exactitude de ces prévisions en faisant agir sur ces éthers des quantités insuffisantes de bromure de phénylmagnésium. Dans ces conditions, le phtalate neutre de méthyle nous a donné successivement de l'acide benzoylbenzoïque et de la diphénylphtalide; avec le benzoylbenzoate de méthyle, nous avons obtenu de la diphénylphtalide; mais nous avons isolé en outre, d'une façon constante, de petites quantités de son isomère, l'*o*.-dibenzoylbenzène :

$$C^6H^4\begin{cases} CO - C^6H^5 \\ CO - C^6H^5. \end{cases}$$

La formation d'*o*.-dibenzoylbenzène est inattendue et ne saurait être attribuée à la présence d'une impureté dans l'éther benzoylbenzoïque mis en œuvre. Nous nous abstiendrons, pour le moment, d'en tirer une conclusion quelconque, au sujet de la constitution probable de l'éther benzoylbenzoïque; nous mentionnerons toutefois que nous avons également observé la formation de dibenzoylbenzène à côté de quantités considérables de diphénylphtalide et d'acide benzoylbenzoïque dans l'action du bromure de phénylmagnésium sur l'anhydride phtalique.

Étude du triphényloxybenzodihydrofurfurane. — Grâce à la présence d'un hydroxyle carbinolique, le dérivé hydrofurfuranique décrit plus haut se condense facilement avec la diméthylaniline (p. f., 177°), le phénol (p. f., 167°), l'aniline (p. f. vers 200°), et la plupart des phénols et amines aromatiques, en donnant des dérivés du type suivant :

$$C^6H^4\left\langle\begin{matrix} C(C^6H^5)^2 \\ \diagdown \; O \\ C\begin{matrix} -C^6H^4-R \\ C^6H^5 \end{matrix} \end{matrix}\right. \qquad \text{où} \quad R = -N(CH^3)^2 \quad -NH^2 \quad -OH, \quad \text{etc.}$$

Traité en solution alcoolique par l'amalgame de sodium, le triphényloxybenzodihydrofurfurane fixe 2^{at} d'hydrogène avec rupture du noyau furfuranique et donne

l'o.-benzhydryltriphénylcarbinol :

$$C^6H^4 \begin{cases} COH \begin{cases} C^6H^5 \\ C^6H^5 \end{cases} \\ CHOH-C^6H^5 \end{cases} \quad \text{(p. f. 150°)}.$$

L'extrême facilité avec laquelle le noyau furfuranique s'ouvre sous l'influence des réducteurs est évidemment due à l'accumulation des radicaux négatifs OH et C^6H^5 sur les atomes de carbone voisins de l'oxygène furfuranique.

Ce dernier composé, traité à son tour en solution acétique par quelques gouttes d'acide chlorhydrique, perd 1^{mol} d'eau et fournit un composé fondant à 120° et répondant à la formule centésimale $C^{26}H^{20}O$.

CHIMIE AGRICOLE. — *Sur la valeur agricole des matières humiques.* Note de M. J. Dumont, présentée par M. Müntz.

On connaît assez mal le rôle alimentaire des composés humiques. Il est démontré, cependant, par des expériences culturales nombreuses, que certains végétaux profitent plus avantageusement des apports de fumier que des fumures essentiellement minérales. J'ai rendu compte, dans une précédente Note (¹), des résultats obtenus par l'emploi des engrais humiques qui accusent, au champ d'expériences de Grignon, une supériorité manifeste. Il m'a paru intéressant de rechercher les causes réelles de cette supériorité. Pour cela, j'ai essayé comparativement l'action des engrais à base d'humus; le fumier de ferme a été employé à des doses variables, tantôt seul, tantôt en mélange avec des engrais humiques et phosphatés.

Voici, pour l'ensemble des cultures, les rendements constatés par hectare :

a. Betteraves à sucre.

	Rendements (en kilogr.).	Excédents (en kilogr.).
Sans engrais	24 250	»
Engrais humique (400^{kg})	26 000	1 750
Engrais humique (200^{kg}) (²)	28 750	5 500

b. Betteraves roses demi-sucrières.

Sans engrais (moyenne de cinq parcelles)	25 160	»
Scories de phosphoration (800^{kg})	26 200	1 040

(¹) *Comptes rendus*, t. CXXXVIII, p. 1429.

(²) Cette parcelle avait reçu l'année précédente 750^{kg} d'engrais humique complet; elle se ressent de l'arrière-fumure.

	Rendements (en kilogr.).	Excédents (en kilogr.).
Scories (800kg). Engrais humique (600kg)	28 600	3 440
Scories (400kg). Fumier (20 000kg)	26 800	1 640
Scories (400kg). Fumier (20 000kg). Eng. hum. (300kg).	28 000	2 840
Fumier seul (40 000kg)	28 500	3 340
Fumier seul (80 000kg)	36 100	10 940

c. Pommes de terre Richter Imperator.

Sans engrais (moyenne de trois parcelles)	25 070	»
Superphosphate minéral (800kg)	25 600	530
Super (400kg). Engrais humique (400kg)	27 300	2 230
Super (400kg). Fumier (20 000kg)	26 700	1 630
Super (400kg). Fumier (20 000kg). Eng. hum. (400kg)	32 000	6 930
Fumier seul (40 000kg)	30 340	5 270
Fumier seul (80 000kg)	33 400	8 330

d. Maïs, fourrage jaune des Landes (au vert).

Sans engrais	50 500	»
Engrais humique (400kg)	58 250	7 750

e. Luzerne de Provence (foin sec total).

Sans engrais	7 400	»
Engrais humique (600kg)	10 940	3 540

Il convient de remarquer que l'engrais humique agit très favorablement, même quand on l'associe au fumier. Par contre, les phosphates minéraux employés séparément exercent une faible action dans des sols régulièrement fumés depuis 30 ans. L'application des fortes fumures organiques a produit seule des excédents notables de récolte.

Toutefois, l'équivalence des fumures, sous le rapport des rendements, n'est, en aucune façon, subordonnée à la quantité totale des principes fertilisants incorporés à la terre. En prenant pour terme de comparaison la plus faible dose de fumier (20 000kg) et la plus forte dose d'engrais humique (600kg), nous trouvons respectivement :

	Fumier.	Engrais humique.
	kg	kg
Azote total	86	13,2
Acide phosphorique	74,5	17,4
Potasse totale	92,0	34,6
Matières solubles	1225,0	302,4

Les différences sont énormes. Et en admettant même que le tiers des principes apportés par le fumier soit utilisé dès la première année, on ne s'explique pas pourquoi les rendements obtenus avec l'engrais humique se montrent supérieurs. Il est bien manifeste que si la richesse du sol n'intervenait pas, la dose d'engrais serait notoirement insuffisante pour subvenir aux besoins de la végétation. On était donc en droit de supposer que les excédents d'azote, de potasse et d'acide phosphorique du fumier devenaient inutiles, surperflus pour la culture en cours. Une telle hypothèse me paraît téméraire puisque les fumures massives font croître les rendements d'une manière sensible.

L'inégale efficacité du fumier et de l'engrais humique complet dépend plutôt de la constitution différente de la *matière noire*. C'est sur ce point surtout que je voulais appeler l'attention : *la valeur culturale des substances humiques ne saurait être la même dans tous les cas, et c'est moins la richesse globale de la matière noire que sa composition qualitative qui influe sur le rendement des récoltes*. La capacité nitrifiante de l'engrais est incomparablement plus grande; en outre, les composés phospho-humiques, les humates et les humophosphates s'y montrent bien mieux équilibrés et plus actifs.

J'ai étudié, d'autre part, l'action du superphosphate minéral et d'un superphosphate humique préparé en traitant une tourbe calcaire par une solution d'acide phosphorique de titre connu. Je supposais que la suppression du plâtre (le superphosphate humique n'en contenant guère) devait offrir de sérieux avantages au point de vue cultural. Le sulfate de chaux englobe le phosphate monocalcique et s'oppose, par son agglomération ou son état physique, à la dissémination de l'acide phosphorique (1). Les essais ont été effectués sur une culture de pommes de terre (variété Saucisse); on répandit les engrais au printemps, à des doses égales et à richesse équivalente (2). On obtint, à la récolte, les rendements suivants qui sont rapportés à l'hectare :

---

(1) Au moment où j'entrepris cette expérience, on n'avait pas encore démontré l'action retardatrice du plâtre qui se trouve en forte proportion dans les superphosphates ordinaires. Les récents travaux de M. Grégoire, de l'Institut chimique de Gembloux, sont venus depuis confirmer ma supposition.

(2) Pour contrebalancer l'influence des matières azotées de l'humus, la parcelle au superphosphate minéral reçut, en outre, 50^{kg} de nitrate de soude et 50^{kg} de sang desséché.

	Rendements.	Excédents.
	kg	kg
Sans engrais	21600	»
Superphosphate minéral (800^{kg})	24000	2400
Superphosphate humique (800^{kg})	25600	4000

La supériorité du superphosphate humique ressort manifestement de cette expérience; elle doit être attribuée à la dissémination plus facile de l'acide phosphorique, en l'absence du sulfate de chaux, et à la présence de l'humus qui atténue dans une large mesure la rétrogradation.

En résumé, il résulte de nos recherches que les matières humiques, sous certaine forme, possèdent une réelle valeur et peuvent agir sensiblement sur les rendements et parfois même sur la composition des plantes. Déjà, l'an passé, j'avais signalé les changements survenus dans la constitution des betteraves fourragères; le même fait a été observé cette fois pour la variété sucrière expérimentée : les racines récoltées sur la parcelle témoin accusant 16,2 pour 100 du sucre, contre 17,48; en tenant compte des rendements moyens obtenus, la quantité totale de sucre produite à l'hectare passe de 3928^{kg} à 4872^{kg}, soit un excédent de 944^{kg} en faveur des parcelles ayant reçu l'engrais complet.

C'est aux humophosphates, aux composés phospho-humiques que j'attribue surtout ces différences.

ASTRONOMIE. — *Sur le caractère elliptique de la nouvelle comète Borrelly* (*e* 1904). Note de M. G. Fayet, présentée par M. Lœwy.

Cet astre, mesuré pour la première fois le 31 décembre 1904, a cessé d'être visible momentanément à cause de la Lune, dès le 11 janvier de cette année. Bien que les observations obtenues pendant ce court intervalle ne paraissent pas devoir fournir des renseignements bien précis à cause de la petitesse de l'arc parcouru par la comète, on a entrepris néanmoins le calcul, guidé par cette particularité que, dans une première parabole, on avait obtenu des éléments présentant un caractère qui distingue presque toutes les comètes à très courte période : je veux parler de la petitesse de l'inclinaison et de l'élément $\omega = \pi - \Omega$ qu'on avait trouvés respectivement égaux à

$$i = 36^\circ, \quad \omega = 341^\circ.$$

Les résultats que l'on a obtenus semblent confirmer une fois de plus, l'importance de ce double criterium.

A l'aide des observations du 31 décembre (Kœnigsberg) et 11 janvier (M. Bigourdan, à Paris) comme lieux extrêmes, corrigées préalablement de l'aberration et de la parallaxe, on obtint une première parabole, qui donna la représentation suivante des observations des 5 et 7 janvier obtenues à Marseille et à Besançon :

		$d\lambda$.	$d\beta$.
O — C	5 janvier...............	$-30'',43$	$-0'',37$
	7 janvier...............	$-27,61$	$-8,51$

Ces écarts étaient inadmissibles; voulant rechercher s'ils devaient être attribués à un choix défectueux du rapport $M = \frac{\rho_3}{\rho_1}$ des rayons géocentriques extrêmes, pour lequel on avait adopté la valeur $\log M = 0,021726$, on calcula une nouvelle parabole, en attribuant une variation arbitraire de $+0,002$ à ce logarithme; ce nouveau système, résultant de $\log M = 0,023726$, laissa subsister les écarts suivants dans les lieux intermédiaires auxquels on avait joint, pour plus de sécurité, deux observations des 2 et 10 janvier :

		$d\lambda$.	$d\beta$.
O — C	2 janvier............	$-38'',91$	$-15'',88$
	5 »	$-66,39$	$-29,48$
	7 »	$-59,94$	$-35,35$
	10 »	$-14,18$	$-6,04$

On se rendit compte, en discutant ces deux premiers systèmes, qu'aucune parabole ne pourrait fournir une représentation satisfaisante des observations.

Calculant alors une troisième orbite sans faire d'hypothèse sur l'excentricité, et rapprochant les résultats qu'elle fournit avec ceux qu'avaient donnés les deux paraboles, on fit une première application de la méthode de la variation des distances; on trouva ainsi comme valeurs les plus probables

$$\log \rho_1 = 9,968814, \qquad \log \rho_3 = 9,990436.$$

La quatrième orbite déduite de ces résultats fut l'ellipse suivante :

T = 1905, janvier 16,90118.
T. m. de Paris.

$$\left.\begin{aligned} \Omega &= 76^\circ 53' 53'',22 \\ i &= 30.24.49,18 \\ \omega &= 352.25.16,76 \end{aligned}\right\} 1905,0$$

$\log q = 0,143651$

$\log e = 9,779750$

O — C.		$d\lambda$.	$d\beta$.
Janvier	2...	$-0'',98$	$+2'',60$
»	5...	$+1,55$	$+1,13$
»	7...	$+2,74$	$-6,03$
»	10...	$+7,08$	$+3,22$

Cette orbite, qui mettait nettement en évidence une courte période (environ 6 ans), donnait déjà une représentation meilleure; il parut néanmoins, suivant le conseil que voulut bien nous donner M. le Directeur de l'Observatoire, qu'il y aurait possibilité de l'améliorer encore.

Prenant alors comme nouveau point de départ cette ellipse et utilisant les systèmes précédents, on fit une nouvelle approximation de la méthode de la variation des distances.

Traitant les huit équations que l'on obtint par la méthode des moindres carrés, on fut conduit à prendre pour nouvelles valeurs

$$\log\rho_1 = 9{,}979742, \qquad \log\rho_3 = 0{,}001234.$$

La cinquième et dernière orbite déduite de ces derniers nombres a été la suivante :

T = 1905, janvier 15,77425.
T. m. de Paris.

$$\left.\begin{array}{l} \Omega = 76^\circ\, 6'\, 43'',97 \\ i = 30.55.21,25 \\ \omega = 351.35.27,11 \end{array}\right\} 1905{,}0$$

$$\log q = 0{,}149236$$
$$\log e = 9{,}818195$$

	O — C. $d\lambda$.	O — C. $d\beta$.
Janvier 2...	$-0'',33$	$+3'',05$
» 5...	$-1,06$	$+2,70$
» 7...	$+1,21$	$-4,61$
» 10...	$+6,09$	$+3,66$

Les écarts paraissent maintenant assez satisfaisants.

On est donc amené à conclure, malgré l'incertitude tenant nécessairement à la petitesse de l'arc dont on disposait, que l'on est en présence d'une comète très intéressante, puisque les éléments qui précèdent donnent

$$\mu = 423'',915,$$

c'est-à-dire une durée de révolution d'environ 8 ans.

Parmi tous les astres déjà apparus, la comète 1783 paraît être celle qui présente le plus de ressemblance avec la comète actuelle.

Nous donnons ci-dessous le Tableau comparatif de leurs éléments :

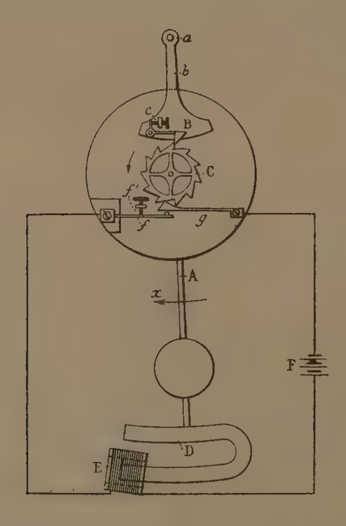
	Comète 1783.		Comète (e 1904).	
Ω..........	57°	1900,0	76° 7′	1905,0
i..........	45°	1900,0	30° 55′	1905,0
ω..........	355°	1900,0	351° 35′	1905,0
$\log q$.......	0,1641		0,14924	
$\log e$.......	0,5525		0,65796	

CHRONOMÉTRIE. — *Pendule électrique à échappement libre.* Note de M. **Ch. Féry**, présentée par M. Lœwy.

Description. — L'horloge que j'ai l'honneur de présenter aujourd'hui se compose d'un balancier moteur qui fait progresser d'une dent, à chaque oscillation complète, la roue d'échappement C d'une minuterie ordinaire.

Lorsque le pendule oscille dans le sens de la flèche, le rochet B, porté par une fourchette *b*, ou fixé directement à la tige du pendule, fait avancer la dent avec laquelle il est en prise; ce mouvement est terminé et limité par le ressort sautoir *g*.

Ce dernier ressort est disposé de manière à produire la restitution, en



lançant dans la bobine E le courant de la pile F. La durée du contact est réglée par la vis *f'* qui commande le ressort *f*, et le courant de la pile circule dans la bobine de manière à produire l'attraction de l'aimant D constituant une partie de la masse pendulaire.

Au retour, c'est-à-dire lorsque le balancier se déplace en sens inverse de la flèche x, le rochet B est simplement soulevé, la roue d'échappement étant maintenue en place par le sautoir *g*.

Propriétés de cet échappement. — L'échappement ainsi décrit est *complè-*

tement analogue à l'échappement dit à détente employé dans les chronomètres de marine. Le pendule commandé de cette façon possède une amplitude de réglage, ainsi que je l'ai démontré pour l'échappement de Graham [1].

Supposons en effet que la restitution ait lieu dans la verticale; son action sera nulle sur la marche, mais le dégagement qui la précède et qui est une action *ralentissante*, se produisant avant la verticale, tendra à donner du retard aux petits arcs.

Supposons au contraire que le dégagement ait lieu exactement dans la verticale; l'impulsion qui se produit plus tard tendra encore à faire retarder aux petits arcs; le sens de cet effet est donc *indépendant du réglage*.

L'expérience a pleinement vérifié cette manière de voir; voici les marches obtenues en faisant varier l'amplitude d'une pendule à demi-secondes de ce système :

Amplitude.	Marche diurne.
mm	sec.
10	—100
15	— 25
20	— 8
25	+ 1
30	— 1
35	— 15

Ces variations d'amplitude étaient obtenues en insérant des résistances dans le circuit de la pile, mais des résultats analogues peuvent être observés en agissant sur l'amplitude par tout autre moyen (freinage d'un des mobiles de la minuterie, ou amortissement par une lame de mica fixée au balancier).

Cette perturbation heureuse s'ajoutant au défaut d'isochronisme naturel a d'ailleurs déjà été signalée dans les chronomètres de marine.

Fonctionnement électrique. — L'ensemble de la bobine et de l'aimant de ce système constitue un moteur magnéto-électrique dont le rendement, malgré sa faible puissance (2 à 3 gr.-millim. par seconde), est d'environ 70 pour 100.

Des mesures directes montrent que la force contre-électromotrice développée à l'amplitude normale est de $0^{\text{volt}},75$, lorsque la pile qui actionne le système est de $1^{\text{volt}},09$ (élément du chlorure d'argent).

---

(1) *Sur l'isochronisme du pendule des horloges astronomiques* (*Comptes rendus*, séance du 9 janvier 1905).

Ceci explique la faible dépense de l'appareil, *inférieure à 0,5 watt par an*. Les variations diurnes d'une pendule à demi-secondes, entretenue par une pile étalon suffisante pour fournir ce faible débit, sont inférieures à $0^s,3$.

MINÉRALOGIE. — *Sur les azotates de potasse et d'ammoniaque, et sur la loi de Bravais*. Note de M. **Frédéric Wallerant**, présentée par M. de Lapparent.

Quand un corps dimorphe passe par la température de transformation sans que celle-ci se produise, on admet que le corps, à l'état de surchauffe ou de surfusion cristalline, possède les mêmes propriétés qu'aux températures où il est stable. Les azotates de potasse et d'ammoniaque nous montrent que les choses ne sont pas toujours aussi simples.

L'azotate de potasse, orthorhombique à la température ordinaire, passe à une modification rhomboédrique α à la température de 129°. Mais si l'on part des cristaux rhomboédriques et si on les laisse refroidir, la surfusion a presque toujours lieu, et dans cet état instable les cristaux se transforment brusquement en une modification nouvelle β, également rhomboédrique, en relation immédiate de structure avec les cristaux α. Les sections perpendiculaires sur l'axe optique dans les uns restent perpendiculaires sur cet axe dans les autres, et c'est seulement sur les sections obliques que l'on peut constater le changement brusque de biréfringence, dénotant un changement de structure. Le phénomène est réversible, mais bien entendu la modification β ne peut être observée en partant de la forme orthorhombique, qui passe directement à la forme α.

Il existe entre les modifications α et β un rapport analogue à celui qui relie les deux formes du quartz, qui, comme l'ont montré MM. Mallard et Le Chatelier, se transforme à 570°, tout en restant uniaxe et en conservant son orientation.

Les cristaux β se maclent sous l'influence d'actions mécaniques suivant les trois faces d'un rhomboèdre et, par suite, il y a tout lieu de les assimiler à la modification rhomboédrique de l'azotate de soude, qui jouit au plus haut point de cette propriété.

De son côté, l'azotate d'ammoniaque fondu cristallise en cubes qui par refroidissement se transforment en cristaux uniaxes, que M. Wyrouboff considère comme quadratiques par analogie avec les cristaux de chlorate

d'argent. Il est possible de démontrer le bien fondé de cette assimilation, car si l'on agit mécaniquement sur une section d'azotate perpendiculaire à l'axe optique, on détermine quatre systèmes de macles orientés à 90°, comme les quatre plans b^1 d'un cristal quadratique. A 82° ces cristaux quadratiques passent, en se dilatant fortemeut, à une modification orthorhombique, qui elle-même. par refroidissement, donne naissance à la modification ordinaire. Or, si à 82° on empêche les cristaux quadratiques de se dilater, ils passent directement à la forme ordinaire, qui se trouve à l'état de surchauffe cristalline. Elle présente alors des macles que l'on n'a jamais observées jusqu'ici : d'une part elle possède deux plans de macle sensiblement à 90°, remplaçant les plans de symétrie m de la modification quadratique; d'autre part elle présente les mêmes plans de macle b^1 que cette dernière. De plus, si l'on refroidit notablement les cristaux de cette modification, on détermine des clivages excessivement faciles, faisant entre eux un angle voisin de 120° et passant par la bissectrice obtuse des axes optiques; ces plans de clivages sont également des plans de macles. Si le refroidissement s'accentue, les cristaux deviennent rhomboédriques, l'axe optique coïncidant avec la bissectrice obtuse. L'azotate d'ammoniaque est donc quasi ternaire comme l'azotate de potasse, qui possède également des clivages et des macles à 120°. Pour orienter les cristaux parallèlement, il faut faire coïncider les plans des axes optiques, la bissectrice aiguë de l'un coïncidant avec la bissectrice obtuse de l'autre. Ils ont alors sensiblement les mêmes paramètres. D'ailleurs les deux substances peuvent se mélanger pour cristalliser, et il en résulte dans leurs propriétés optiques des modifications faciles à prévoir, mais dont je n'ai pas à parler ici.

Voilà donc deux corps, qui ont la plus grande analogie au point de vue de leurs propriétés chimiques et physiques, qui d'après ces propriétés doivent avoir des formes primitives très voisines, et cependant, quand on les fait cristalliser à la température ordinaire, aucune des faces de l'un ne se retrouve sur l'autre. On devrait donc, si on voulait appliquer la loi de Bravais dans le sens absolu qu'on lui a attribué dernièrement, leur donner des formes primitives différentes : pour satisfaire à une loi empirique, il faudrait se mettre en contradiction avec l'ensemble des propriétés. D'autres cas analogues peuvent être cités : dès 1860, par une série d'exemples, v. Hauer montrait que, dans des corps isomorphes, la prépondérance n'appartenait pas toujours aux mêmes faces. A la même époque, on signalait ce fait que les clivages pouvaient être différents, soit comme facilité, soit comme orientation, dans des corps isomorphes. Dans bien des

cas, les faces parallèles à des clivages faciles n'ont jamais été observées, ou ne l'ont été que très exceptionnellement. D'ailleurs l'azotate d'ammoniaque nous montre que les clivages sont sous la dépendance des conditions extérieures, puisque l'abaissement de température en fait apparaître de nouveaux.

D'ailleurs, d'une façon générale, la nature des faces est sous la dépendance immédiate des conditions de cristallisation ; or pour un grand nombre d'espèces minérales, tous les cristaux connus se sont produits dans les mêmes conditions et il est bien certain que, si l'on arrivait à modifier ces dernières, on produirait de nouvelles faces, ce qui conduirait à modifier la notation des faces actuellement connues. Les quelques cas réalisés de reproductions artificielles sont là pour nous montrer le bien fondé de cette observation.

De ces faits et de ces remarques il résulte que si, comme l'ont montré Bravais et Mallard, les lois d'Haüy et de Bravais, sur la simplicité des caractéristiques et la grandeur des mailles des faces, se trouvent fréquemment réalisées, il n'en est pas moins vrai que ces lois n'ont rien d'absolu ; que les faces à caractéristiques élevées peuvent se produire, non accidentellement, mais normalement si les conditions de cristallisation leur sont favorables ; que les faces se produisant le plus fréquemment dans des conditions déterminées ne sont pas forcément les faces ayant les plus petites caractéristiques, les plus petites mailles. Par conséquent, les lois de Haüy et de Bravais, qui ne font intervenir qu'un élément de la structure des corps cristallisés, sont impuissantes dans bien des cas à nous révéler la véritable nature du réseau.

On paraît d'ailleurs oublier que M. Brillouin, analysant les conditions de stabilité des faces cristallines, a été amené à formuler la loi suivante : « Les faces cristallines peuvent être étendues lorsque les nœuds d'un plan réticulaire parallèle à la face sont distribués d'une manière à peu près symétrique par rapport à la normale passant par un nœud du plan réticulaire limitrophe. » La considération des formes cristallines à mériédrie restreinte m'avait d'ailleurs amené à reconnaître que les faces les plus fréquentes sont perpendiculaires sur les éléments de symétrie. Mais bien entendu la loi de M. Brillouin, pas plus que celles de Haüy et de Bravais, n'a rien d'absolu, puisqu'elle ne tient pas compte du milieu extérieur.

GÉOLOGIE. — *Le bassin houiller de la Lorraine française.* Note de M. FRANCIS LAUR.

Comme suite à notre première Communication nous dirons qu'il résulte des travaux de sondage entrepris déjà sur plusieurs points à Eply, à Lesmenil, à Pont-à-Mousson, à Four-à-Chaux, etc. (c'est-à-dire aux environs de l'axe de *Sarrebruck-Pont-à-Mousson* déterminé par nous en 1900) que les terrains traversés pour arriver au Houiller sont d'une remarquable régularité. Nous allons donner une idée de leur succession et de leur puissance.

Le Keuper supérieur n'a que quelques mètres; le Keuper moyen est l'étage principal, il a 160^{m} environ, le Keuper inférieur a 25^{m} à 30^{m}. L'étage entier atteint à peine la puissance de 200^{m} environ, il est traversé avec la plus grande facilité par les instruments de sondage, notamment par ceux dérivés du système Fauvel qui emploie simultanément le trépan et l'injection d'eau.

Le Mushelkalk est peu puissant. L'étage supérieur a 50^{m}, le moyen 70^{m}, et l'inférieur 40^{m}; en tout 160^{m} environ. Cet étage est traversé assez facilement aussi.

Le Grès bigarré n'a qu'une faible importance, 65^{m} à 70^{m} environ de puissance totale. C'est cet étage qui donne les venues d'eau jaillissantes au sol. Leur débit est plus ou moins grand selon les emplacements.

Le Grès des Vosges est l'étage le plus important, il dépasse 230^{m} et est particulièrement homogène. Enfin, il y a entre les grès des Vosges et le terrain houiller, suivant les positions, de petites intercalations de roches rouges représentant une pellicule de Permien, mais on peut dire qu'il est en général ou supprimé ou peu puissant, sauf peut-être au nord du bassin, vers Lesmenil, où il commence à apparaître avec des conglomérats dangereux pour les sondeurs.

En résumé, la coupe moyenne des sondages exécutés jusqu'à ce jour donne :

Keuper	260^{m}	
Mushelkalk	170	
Grès bigarré	70	690^{m}
Grès des Vosges	230	
Permien	10	
Houiller (Westphalien)	»	

Aucun de ces terrains ne présente de difficultés réelles pour le sondage.

La faible profondeur d'environ 700^{m} à laquelle se présente le terrain houiller met en lumière un phénomène d'arasement colossal, après la

période permienne, sur une surface encore indéterminée, mais assurément énorme, car la profondeur du terrain houiller est à peu près la même en allant vers Sarrebruck (Faulquemont, 740^m), à 30^{km} au nord-est de Pont-à-Mousson (en Lorraine annexée).

Dix-huit sondages sont en voie d'exécution, treize Sociétés anonymes sont formées; 4 millions sont souscrits. Tout cela témoigne de l'ardeur apportée à la recherche de la solution du problème de la houille en Lorraine française.

GÉOLOGIE. — *Sur le niveau diatomifère du ravin des Égravats, près le mont Dore (Puy-de-Dôme).* Note de M. **Lauby**, présentée par M. Michel Lévy.

La florule diatomique du dépôt du ravin des Égravats nous était en partie connue par l'examen d'un échantillon trouvé sous une dénomination géologique fausse (*psammite*) dans les collections Bouillet. L'étude de ce fragment par Frère Héribaud [1] a fait connaître l'existence dans ce gisement de vingt-trois espèces de Diatomées.

Étant données l'absence d'indications précises sur la situation stratigraphique de ce niveau, la valeur paléontologique relative du nombre restreint d'espèces provenant d'un seul échantillon, il était à supposer qu'une étude méthodique de ce ravin serait fructueuse. Je l'ai entreprise les 3 et 27 juillet 1904.

Malgré certains points d'accès difficile, j'ai pu suivre le torrent sur toute l'étendue de ce ravin et relever la coupe géologique ci-après qui débute à la cote 1290, point supérieur des éboulis sur les pentes; on remarque successivement : cinérites à blocs, 13^m; brèche cinéritique, 8^m; sable, $3^m,50$; lignite terreux, $0^m,50$; cinérite à blocs, $1^m,50$; brèche cinéritique, 4^m; andésite inférieure, 13^m; argile à Diatomées, $3^m,50$; lignite, $0^m,35$; argile, $0^m,25$; brèche, $1^m,50$; éboulis, 8^m; brèche, $0^m,50$; argile, $2^m,50$; cinérite fine, 2^m; éboulis, 1^m; cinérite fine, 2^m; andésite, $1^m,50$; cinérite à fragments de trachyte, 58^m; trachyte à grands cristaux, 30^m; andésite supérieure.

Le dépôt diatomifère se trouve à l'altitude de 1342^m; c'est le plus élevé des gisements connus du Massif Central. Par sa couleur, il peut se différencier en trois couches : une inférieure, grise, de $1^m,50$ de puissance, pauvre en frustules; une moyenne, blanche, de $1^m,50$ d'épaisseur, très riche en Diatomées; une supérieure, gris pâle, de $0^m,50$, contenant moins de carapaces siliceuses que la précédente.

---

(1) *Diatomées fossiles d'Auvergne,* premier Mémoire, 1902, p. 26; second Mémoire, 1903, p. 128.

A leur point d'affleurement (visible seulement dans le ravin) les couches sont horizontales en stratification parfaitement concordante. Je n'ai pas constaté dans ce dépôt l'existence de feuilles appartenant à des végétaux mono ou dicotylédonés.

L'étude des diverses zones de ce niveau a été faite à l'aide de nombreuses préparations provenant d'échantillons pris de 10^{cm} en 10^{cm} de la base au sommet de chaque couche; et, à la surface des petites tranches ainsi obtenues, par des prises faites au centre et aux extrémités de chacune d'elles.

Dans l'ensemble de ce gisement les Diatomées sont généralement entières, sauf quelques grandes espèces qui parfois sont cassées.

J'ai observé dans ce dépôt *cent six* espèces ou variétés appartenant aux genres : *Achnanthes*, *Amphora*, *Cocconeis*, *Cymatopleura*, *Cymbella*, *Diatoma*, *Encyonema*, *Epithemia*, *Eunotia*, *Fragilaria*, *Gomphonema*, *Grunowia*. *Hantzschia*, *Melorisa*, *Meridion*, *Navicula*, *Nitzchia*, *Opephora*, *Rhoicosphenia*, *Stauroneis*, *Surirella*, *Synedra*, *Tetracyclus*, *Van-Heurckia*.

Dans ce nombre, 23 espèces n'ont pas été retrouvées à l'état vivant dans le Massif Central, 54 existent à l'heure actuelle dans nos eaux; 18 actuellement vivantes n'avaient pas été signalées à l'état fossile; enfin j'ai pu décrire 11 *espèces ou variétés nouvelles*. Il est à noter que cette florule renferme 6 espèces saumâtres et 3 *espèces marines*.

Je considère ce dépôt comme étant en place parce que sa stratigraphie indique des couches non remaniées et que les espèces fossiles n'y sont pas fragmentées.

Dès lors l'épaisseur de ses couches nous fait entrevoir une longue période d'accalmie durant laquelle l'activité volcanique aurait cessé de se manifester.

Les espèces fossiles de ce niveau se retrouvent dans d'autres dépôts bien datés; quelques-unes sont signalées dès le Miocène supérieur; mais c'est au Pliocène inférieur que ces Algues ont eu leur plus grand épanouissement, un très petit nombre d'entre elles ont survécu jusqu'à l'époque pliocène supérieure.

Cette donnée confirme ce que la Géologie nous enseigne, c'est-à-dire que certaines cinérites et andésites (?) de cette région ont été épanchées dès l'aurore du Pliocène, ou au Miocène tout à fait supérieur.

Quant à la présence des espèces saumâtres et marines, je me propose de faire connaître les causes et les conséquences de leur présence dans les eaux tertiaires qui ont déposé les argiles du ravin des Égravats.

BOTANIQUE. — *Sur la biologie et l'anatomie des suçoirs de l'*Osyris alba. Note de M. A. Fraysse, présentée par M. Bornet.

Le parasitisme de l'*Osyris alba* a été signalé par Planchon en 1858. Depuis cette époque, Chatin, MM. de Solms-Laubach, Granel se sont occupés sommairement de l'anatomie ou de l'origine probable des suçoirs. La pénurie des faits concernant la biologie générale de cette Santalacée et son abondance dans la région méditerranéenne m'ont conduit à faire une étude plus compléte de cette plante. La présente Note a pour objet de faire connaître les principales conclusions biologiques et anatomiques auxquelles je suis arrivé.

A. Biologie générale : 1° L'*O. alba* ne présente d'aptitude particulière ni pour un terrain déterminé, ni pour un hôte spécial; partout il végète avec la même facilité en se fixant à l'aide de nombreux suçoirs sur les racines ou rhizomes qu'il peut atteindre.

2° Les suçoirs s'observent à une profondeur qui varie entre 5^{cm} et 20^{cm}. Les plus superficiels sont souvent les plus développés.

3° Ils se développent en toute saison; cependant on les rencontre plus nombreux en septembre et octobre, après que la plante a fleuri et mûri ses graines.

4° Leur durée est liée à la nature de l'organe qu'ils pénètrent.

5° Les Légumineuses à nodosités bactériennes (*Coronilla glauca*) sont envahies de préférence. Les suçoirs y sont plus nombreux et placés à la base des racines.

6° Les plantes à mycorhizes sont également très favorables à l'installation de l'*O. alba*.

7° En général, les végétaux qui croissent dans les stations riches en humus sont de même facilement attaqués.

B. Développement. — 1° Le suçoir atteint toujours un assez grand volume avant de perforer les tissus de l'hôte. C'est, tout d'abord, un présuçoir d'une structure très simple. Une coupe, passant par son axe, montre un parenchyme homogène périphérique, à l'intérieur un second parenchyme à éléments plus petits, plus allongés dans le sens axial, au centre, un noyau de méristème très actif divisé en deux régions symétriques par l'orientation différente des éléments constitutifs.

2° A un état plus avancé, le suçoir est plus volumineux et plus étendu par sa base; l'hôte est pénétré en un point correspondant à l'axe du mamelon; de part et d'autre, des régions de faible croissance se séparent légèrement de l'organe hospitalier,

3° Le sommet du noyau méristématique devient le pôle d'épanouissement des vaisseaux.

4° Des trachéides se différencient de très bonne heure dans la racine du parasite et dans son voisinage pour arriver plus tard jusqu'à l'hôte. (*Dans aucun cas, ils n'arrivent à la base du suçoir avant la perforation de l'hôte*).

5° La résistance opposée par les tissus attaqués à la pénétration du cône haustorial détermine la formation d'une zone mécanique écrasée.

C. Anatomie. — 1° Tous les suçoirs peuvent être ramenés à deux formes essentielles déterminées par la structure anatomique de l'hôte. La première réduite à un mamelon parenchymateux avec son système d'irrigation, plus un cône de pénétration. La seconde présentant plusieurs mamelons successifs, superposés, distincts et un cône de pénétration : *Suçoir simple* et *suçoir composé*. Cette dernière forme s'observe toutes les fois que les tissus de l'hôte sont très difficiles à perforer (*rhizome de Carex, de Triticum,* etc.).

2° Quelle qu'en soit la forme, l'anatomie générale est la même. Une coupe passant par l'axe du suçoir montre les tissus suivants :

a. Assise ou zone subéreuse entourant le mamelon ainsi que la racine du parasite qui lui a donné naissance;

b. Parenchyme de réserve à éléments ponctués, grands, avec méats et cellules sécrétrices à oxalate de calcium de forme et de structure déterminées (*Ce sel ne se rencontre pas dans les suçoirs jeunes*);

c. Zone écrasée ayant une position constante et se terminant toujours au pôle d'épanouissement des vaisseaux;

d. Seconde zone de parenchyme conduisant à une espèce de tissu palissadique rappelant le liber et en relation avec le liber du parasite;

e. Méristème aux dépens duquel se différencient les vaisseaux;

f. Appareil conducteur : trachées et trachéides;

g. Région centrale formée d'un noyau de cellules allongées dans le sens axial. Elles étaient primitivement obliques;

h. Zone de soudure péridermique se confondant avec les tissus de l'hôte;

i. Assise basilaire absorbante, à membranes partiellement lignifiées. Les cellules de cette assise sont très allongées et rappellent par leur forme les poils absorbants. Leur longueur est déterminée par la nature des tissus attaqués;

j. Autour de la racine parasite, entre elle et les vaisseaux, autour du mamelon, plusieurs rangées de cellules à membranes colorées (*phlobaphènes*).

3° Les suçoirs composés correspondent morphologiquement à une succession de suçoirs simples. On y remarque autant de zones de tissu écrasé que de cônes emboîtés, et toutes convergent vers le même point qui est le pôle d'épanouissement de l'appareil irrigateur.

ZOOLOGIE. — *Sur la biologie des Cestodes*. Note de MM. L. Jammes et H. Mandoul, présentée par M. Alfred Giard.

Les variations d'intensité du pouvoir bactéricide des sucs helminthiques que nous avions déjà signalées [1] ne semblent pas tenir, exclusivement,

---

[1] *Comptes rendus*, 25 juillet 1904.

au mode de préparation des extraits. Nous sommes enclins à admettre que l'étendue de ce pouvoir n'est pas la même chez les différents Tænias.

Pour une même espèce de Tænia, l'intensité du pouvoir bactéricide paraît être en rapport avec le degré de concentration de l'extrait. Ce pouvoir reste appréciable dans des dilutions étendues de bouillon ou de sérum artificiel.

Enfin, l'intensité de ce pouvoir varie selon les microbes. Dans l'ordre de sensibilité décroissante se rangent, d'abord, le vibrion cholérique et le bacille typhique, puis le colibacille, enfin les microbes sporulés (*subtilis, mesentericus*).

Le pouvoir bactéricide ne constitue pas un fait exceptionnel donnant un monopole exclusif au Cestode. Les recherches récentes de Delezenne et Nicolle montrent, en effet, qu'une action bactéricide se manifeste, normalement, dans l'intestin grêle; cette dernière apparaissant comme une propriété du mélange des sucs pancréatique et intestinal. Les résistances microbiennes observées par ces auteurs forment une échelle superposable à celle que nous avons dressée par l'emploi des sucs helminthiques : le vibrion cholérique est le plus sensible, le bacille typhique vient ensuite, le colibacille n'est que faiblement détruit.

On peut poursuivre le parallélisme entre les fonctions du Cestode et celles de l'intestin grêle. Les travaux de Weinland, Dastre et Stassano montrent, des deux côtés, une analogie étroite entre les moyens de défense contre l'action dissolvante des sucs digestifs : les Helminthes et la paroi intestinale se défendent de la même manière en sécrétant une kinase.

Le Cestode et l'intestin se conduisent donc de façon semblable vis-à-vis des microbes et des sucs digestifs; ils ont, pour se protéger contre chacun de ces agents nocifs, les mêmes moyens de défense.

Enfin, le Tænia absorbe, comme la paroi digestive, par sa surface entière, les produits élaborés de la nutrition.

La convergence des fonctions du Tænia et celles de la paroi digestive de l'hôte paraît être le résultat d'une adaptation de plus en plus étroite du premier à la vie intra-intestinale. Cette adaptation a certainement, chez le Cestode, une part d'influence dans l'atrophie du tube digestif, la perforation de la cuticule et le transfert des fonctions digestives à la surface du corps. Comme conséquence de ces phénomènes, le parasite fait sienne la cavité digestive de l'hôte et y fonctionne parallèlement à la paroi intestinale; il y exerce ses fonctions d'absorption tout en déployant ses moyens de défense, notamment le pouvoir bactéricide.

Ces considérations nous conduisent à interpréter d'une façon simple l'action bienfaisante, spéciale, que peut exercer le *Tœnia* sur l'hôte : ce ver apporte des moyens de défense propres qui s'ajoutent à ceux de l'hôte. Il est possible que, dans certains cas, ce dernier tire avantage d'un tel appoint.

En même temps qu'elles permettent de comprendre l'existence du pouvoir bactéricide chez les Cestodes, les considérations précédentes expliquent peut-être son absence chez les Nématodes. Les premiers sont revêtus d'une cuticule perforée, permettant l'absorption, mais impropre à assurer une protection efficace; le pouvoir bactéricide apparaît comme un mode de protection compensant l'action insuffisante de la cuticule. Les seconds sont recouverts d'une cuticule continue et manquent, ainsi que nous l'avons montré ailleurs, de pouvoir bactéricide. N'y a-t-il, dans ces remplacements, qu'une simple coïncidence; est-il permis d'y voir une relation de cause à effet?

BACTÉRIOLOGIE. — *Action du magnésium et de la magnésie sur les microbes.* Note de M. F. **Dienert**, présentée par M. E. Roux.

Dans une Communication antérieure (*Comptes rendus*, 16 mars 1903) nous avons signalé que le zinc ainsi que l'oxyde de zinc sont capables de tuer les bacilles qu'on rencontre dans les eaux si le contact entre le métal, ou son oxyde, et les microbes est intime et suffisamment prolongé.

Nous avons continué cette étude en nous adressant à un métal très voisin du zinc par ses propriétés chimiques, le magnésium. Nos études n'ont surtout porté que sur deux espèces de microbes, le *b.* d'Eberth [1] et le *b. coli communis,* qui nous intéressaient tout particulièrement.

Voici comment nous avons opéré :

On cultive ces microbes dans 10^{cm^3} de bouillon de veau peptonisé. Au bout de trois jours on centrifuge ces cultures, on décante le bouillon surnageant, on lave le résidu microbien avec de l'eau stérile et ce sont ces microbes lavés qu'on met en suspension dans 10^{cm^3} d'eau distillée.

Si à ce mélange d'eau et de microbes on ajoute du magnésium (le plus pur possible,

---

[1] Les variétés de *b.* d'Eberth et de *b. coli* provenaient de la collection de l'Institut Pasteur, et nous avaient été très obligeamment fournies par M. le Dr Binot, que nous remercions ici.

mais l'on sait combien ce métal est difficile à purifier) les bactéries sont mortes après deux ou trois jours.

On sait qu'en présence de l'eau le magnésium réagit selon l'égalité suivante :

$$\text{(1)} \qquad Mg + 2H^2O = Mg(OH)^2 + H^2,$$

égalité qui semble indiquer que c'est en réalité la magnésie qui aseptise le milieu; conclusion qui demande a être vérifiée à cause de la pureté relative du métal employé.

Quand au mélange eau + microbes on ajoute de la magnésie pure (provenant de la calcination du nitrate de magnésium pur) les bactéries ne sont *jamais* tuées au bout de quelques jours. La magnésie n'a cependant pas été inactive, car, si l'on ensemence le mélange eau + microbes traité par la magnésie, dans du bouillon, le développement est plus lent que si l'on ensemence le mélange eau + microbes non traité par la magnésie.

Pour obtenir la destruction de ces microbes en deux ou trois jours, il faut mettre le mélange eau + microbes + magnésie en présence d'hydrogène, c'est-à-dire rétablir les conditions réalisées par l'égalité (1). De ces expériences on peut conclure que le magnésium, comme le zinc, jouit de propriétés antiseptiques dans certaines conditions.

Il était nécessaire d'élucider cette action de l'hydrogène (on emploie de l'hydrogène préparé par l'action de HCl pur sur du zinc pur exempt d'arsenic et purifié par le sulfate de plomb, le nitrate d'argent et une colonne de cuivre chauffée au rouge). Quand, dans ces expériences, on remplace l'hydrogène par l'acide carboniqne, il se forme du carbonate de magnésie, lequel n'a aucune action antiseptique, même en présence de l'hydrogène (toutefois, comme avec la magnésie, le développement des cultures traitées par le carbonate de magnésie est en retard sur celui des cultures non traitées).

Quand on fait le vide au-dessus du mélange eau + microbes + $Mg(OH)^2$, l'action antiseptique de cet oxyde reparaît.

Il suffit donc d'éliminer l'oxygène de l'air, soit en faisant le vide, soit en le chassant par un courant d'hydrogène, pour voir réapparaître l'action antiseptique de la magnésie. L'oxygène n'ayant aucune action sur cet oxyde, il faut bien admettre que ce gaz rend ces microbes plus résistants à l'action de la magnésie par un mécanisme difficile à connaître.

Pour expliquer cette action on peut faire l'hypothèse suivante : Ces mi-

crobes se combinent à la magnésie et aux sels de magnésie (comme semblent l'indiquer les retards dans les ensemencements signalés plus haut), mais la combinaison avec la magnésie est seule nocive (probablement par suite de la présence des oxhydriles OH). Sous l'influence de l'oxygène il se produit une oxydation dans l'intérieur des microbes et production d'acide, d'où formation de sels non nocifs (c'est-à-dire disparition des oxhydriles OH).

Nous avons déjà essayé l'action de la magnésie en présence de l'hydrogène, sur les bactéries banales de l'eau. On n'obtient, après cette action, qu'un retard dans le développement des ensemencements sur bouillon de veau, mais aucune action antiseptique.

M. G.-T. **Bennett** adresse à l'Académie une lettre dans laquelle il fait ressortir qu'un théorème relatif à la transformation d'un mouvement de rotation autour d'un axe en un mouvement de rotation autour d'un autre axe, signalé à la page 1068 du Tome CXXXIX des *Comptes rendus* et attribué à M. Borel, a été publié par lui une année auparavant, le 4 décembre 1903, à la page 777 de la Revue *Engineering*.

M. Alfred **Brust** adresse une Note ayant pour titre : *De l'application des ondes électriques hertziennes pour éviter les abordages de la mer.*

La séance est levée à 4 heures et quart.

G. D.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 23 janvier 1905.

Cours de la Faculté des Sciences de Paris. *Traité d'Analyse,* par Émile Picard, Membre de l'Institut; 2e édition, t. II : *Fonctions harmoniques et fonctions analytiques. Introduction à la théorie des équations différentielles, intégrales abéliennes et surfaces de Riemann.* Paris, Gauthier-Villars, 1905; 1 vol. in-8°. (Hommage de l'auteur.)

Université de Paris. Fondation R. Bischoffsheim. *Annales de l'Observatoire de*

Nice, travaux exécutés sous la direction de M. J. PERROTIN, Correspondant de l'Institut; t. VIII, IX, X. Paris, Gauthier-Villars, 1904-1905; 3 vol. in-4°. (Présentés par M. le général Bassot.)

Résultats des campagnes scientifiques accomplies sur son yacht par ALBERT Ier, *Prince souverain de Monaco*, publiés sous sa direction avec le concours de M. JULES RICHARD. Fasc. XXVIII : *Méduses provenant des campagnes des yachts «Hirondelle» et «Princesse-Alice»*, 1886-1903, par OTTO MAAS; avec six planches. Imprimerie de Monaco, 1904. (Présenté en hommage par S. A. S. le Prince de Monaco.)

Cours de Chimie à l'usage des étudiants du P. C. N., par R. DE FORCRAND, Correspondant de l'Institut, t. II : *Chimie organique. Chimie analytique.* Paris, Gauthier-Villars, 1905; 1 vol. in-8°. (Hommage de l'auteur.)

Traité des maladies des vins : description, étude, traitement, par LUCIEN SEMICHON, avec une préface par U. GAYON, Correspondant de l'Institut; avec 13 pl. h. t. et 116 fig. Montpellier, Coulet et fils; Paris, Masson et Cie, 1905; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. Müntz. Hommage de l'auteur.)

Beziehungen des Du Bois-Reymondschen Mittelwertsatzes zur Ovaltheorie; eine mathematische Studie von HERMANN BRUNN. Berlin, Georg Reimer, 1905; 1 vol. in-4°. (Présenté par M. Poincaré. Hommage de l'auteur.)

Annales de la Faculté des Sciences de Marseille, t. XIV. Mémoires I-IV. Paris, G. Masson, 1905; 1 vol. in-4°.

(*A suivre.*)

ERRATA.

(Tome CXXXIX, séance du 26 décembre 1904.)

Note de M. le Général *de Lamothe*, Les anciennes lignes de rivage du Sahel d'Alger :

Page 1235, ligne 13, *au lieu de* sept, *lisez* huit.